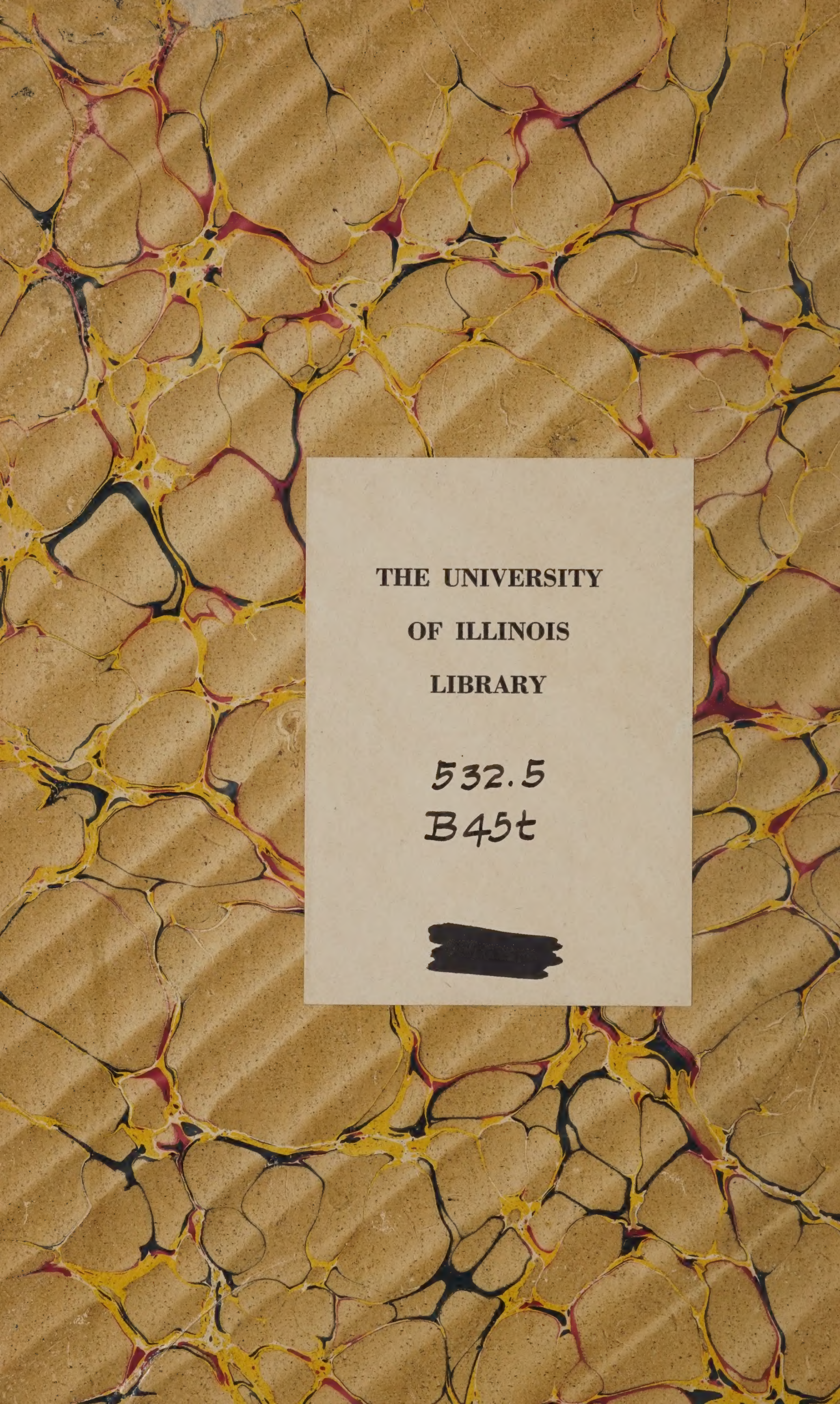
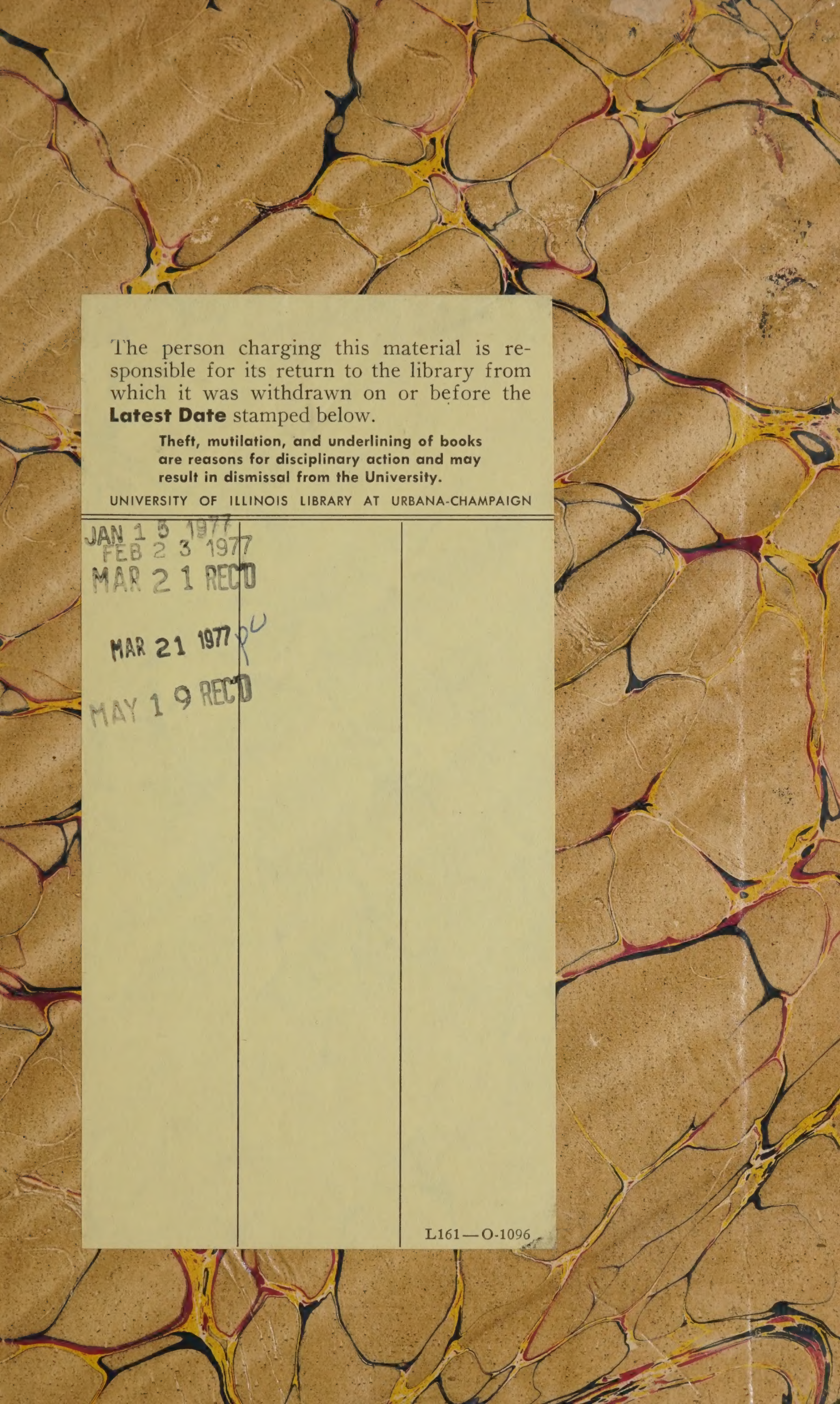

THE UNIVERSITY
OF ILLINOIS
LIBRARY
532.5
B45t
[redacted]







Série A n° 387,
N° d'ordre
1057.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Henri BÉNARD.

Ancien Préparateur au Collège de France.

1re THÈSE. — Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide propageant de la chaleur par convection, en régime permanent.

2e THÈSE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le mars 1901, devant la Commission d'Examen.

MM. LIPPMANN, *Président.*
BOUTY, DUCLAUX, } *Examinateurs.*

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Quai des Grands-Augustins, 55.

1901

UNIVERSITÉ DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

	MM.	
Doyen	DARBOUX, Professeur	Géométrie supér.
Professeur honoraire	L. TROOST.	
Professeurs	DE LACAZE-DUTHIERS.	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	LIPPMANN	Physique.
	HAUTEFEUILLE	Minéralogie.
	BOUTY	Physique.
	APPELL	Mécanique rationn.
	DUCLAUX	Chimie biologique.
	BOUSSINESQ	Physique mathématique et Calcul des probabilités.
	PICARD	Analyse supérieure et Algèbre supér.
	POINCARÉ	Astronomie mathématique et Mécanique céleste.
	Yves DELAGE	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	BONNIER	Botanique.
	DASTRE	Physiologie.
	DITTE	Chimie.
	MUNIER-CHALMAS	Géologie.
	GIARD	Zoologie, Évolution des êtres organisés.
	WOLF	Astronomie phys.
	KŒNIGS	Mécanique phys. et expérimentale.
	VÉLAIN	Géographie phys.
	GOURSAT	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	CHATIN	Histologie.
	PELLAT	Physique.
	HALLER	Chimie organique.
	MOISSAN	Chimie.
Professeurs adjoints	PUISEUX	Mécanique et Astronomie.
	RIBAN	Chimie analytique.
	RAFFY	Analyse et Mécan.
	LEDUC	Physique.
	MATRUCHOT	Botanique.
	HAUG	Géologie.
	HADAMARD	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	P. JANET	Physique (enseignement P. C. N.).
Secrétaire	FOUSSEREAU.	

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
29770 Quai des Grands-Augustins, 55.

A

MA MÈRE.

A

MM. E MASCART & M. BRILLOUIN.

Hommage de reconnaissance
et de respectueuse affection.

PREMIÈRE THÈSE.

LES

TOURBILLONS CELLULAIRES

DANS UNE NAPPE LIQUIDE

PROPAGEANT DE LA CHALEUR PAR CONVECTION, EN RÉGIME PERMANENT.

INTRODUCTION.

1. Quand les divers points d'une masse fluide présentent des températures inégales, les courants provoqués par les différences de densité transportent de la chaleur par *convection*. On ne s'est guère, jusqu'ici, occupé de ces courants, sauf en ce qui concerne le cas tout spécial et si complexe de la circulation générale de l'atmosphère, où les inégalités de température n'ont d'ailleurs qu'une influence secondaire. Dans le domaine du laboratoire, les rares travaux antérieurs sur ce sujet sont de simples descriptions des formes des filets liquides, dans quelques cas très particuliers, où les courants sont nécessairement de révolution autour d'un axe vertical, ou bien où l'influence des parois latérales des vases est prépondérante et mal définie [1].

[1] J'ai résumé les résultats de ces recherches au début d'un article publié dans la *Revue générale des Sciences*, 15 décembre 1900.

Dans un seul cas, des dilatations locales peuvent se produire dans une nappe liquide, sans que l'équilibre hydrostatique soit détruit : c'est quand une source chaude agit uniformément dans toute l'étendue de la surface de niveau supérieure : la chaleur ne peut alors se propager vers le bas que par conductibilité. C'est précisément la méthode employée depuis Péclet pour mesurer cette conductibilité thermique : le *mur* liquide est une lame à faces parallèles comprise entre deux plans horizontaux (¹).

Pour étudier les courants de convection dans une nappe liquide, j'ai choisi, comme le cas le plus simple, la même uniformité de conditions dans le plan horizontal, la source chaude agissant dans toute l'étendue de la surface de niveau inférieure. J'ai cherché à réaliser un tel dispositif en éliminant toute influence de paroi latérale, de façon à opérer dans des conditions pratiquement identiques à celles d'une nappe indéfinie ; pour assurer l'uniformité de la température dans le plan horizontal inférieur, la paroi du fond doit être bonne conductrice : ce sera la face supérieure d'une plaque métallique épaisse, traversée par un flux de chaleur vertical et uniforme et dont l'autre face est maintenue à température invariable.

Restent à définir les conditions relatives à la surface supérieure de la nappe.

Le premier cas serait celui d'une nappe liquide à faces parallèles, comprise entre deux *murs* métalliques : on aurait ainsi des conditions à la paroi identiques dans les deux plans horizontaux limites, regardés tous les deux comme isothermes. Mais les procédés d'investigation des

---

(¹) En particulier : H.-F. Weber, *Wied. Ann.*, t. X, p. 103 ; 1880. — C. Christiansen, *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 23 ; 1881. — A. Berget, *Journ. de Phys.* [2], t. VII, p. 503 ; 1888. — R. Wachsmuth, *Wied. Ann.*, t. XLVIII, p. 158 ; 1893. — Milner et Chatlock, *Phil. Mag.*, t. LVIII, p. 46 ; 1899.

courants produits dans une telle nappe sont bien difficiles à imaginer ([1]).

Un second dispositif, que l'on a réalisé dans ce Travail, avec des épaisseurs de liquide de l'ordre du millimètre, consiste à laisser la surface libre en contact avec l'atmosphère ambiante. Dans ce cas, il devient possible d'observer les courants dans leurs moindres détails. Les échanges de chaleur entre le liquide et l'atmosphère s'effectuent alors en partie par simple rayonnement, mais aussi grâce aux courants de convection dont la masse gazeuse elle-même devient le siège. De plus, la surface libre présente alors des vitesses tangentielles finies, tandis que le liquide adhère au contact immédiat de la paroi solide du fond et ne peut avoir de vitesses horizontales notables qu'à une petite distance de cette paroi.

2. *Stabilité du mouvement permanent.* — Le problème ainsi posé offre ceci de singulier que l'uniformité rigoureuse des conditions aux limites, et spécialement de la température dans le plan inférieur, semble ne déterminer et même ne favoriser aucune distribution particulière des courants ascendants et descendants; il est bien évident d'ailleurs que des inégalités de température, même extrêmement faibles, suffisent, dans la pratique, à créer une circulation intense. Mais, ce que rien ne semble indiquer *a priori*, c'est la possibilité d'une circulation stable. Rien ne permet de prévoir qu'un centre d'ascension, une fois créé par un très faible excès local de température, persistera indéfiniment au même point ou bien tendra vers une position limite. L'expérience seule pouvait montrer si les courants tendent vers un état parfaitement stable.

En fait, cette stabilité du régime permanent est réalisée

([1]) Quelques expériences ont pu être effectuées, grâce à un artifice spécial : la distribution des courants a présenté exactement la même structure que lorsque la surface est libre.

dans la plupart des cas, et la viscosité semble en être le facteur presque unique. Après une période d'état variable, plus ou moins longue, suivant la viscosité, les courants tendent vers un régime permanent limite. Seuls, les liquides extrêmement peu visqueux (l'éther seul à la température ordinaire parmi les liquides usuels), donnent des mouvements tourbillonnaires complètement instables, quand le flux de chaleur transporté est considérable; les autres liquides présentent les mêmes caractères, quand ils sont à une température assez élevée pour que leur viscosité soit devenue très faible; par exemple, l'alcool éthylique ou le benzène à 50°, la paraffine à 200° se comportent, à ce point de vue, comme l'éther à 15°. La volatilité intervient d'ailleurs non seulement en créant un flux thermique vertical par suite du refroidissement superficiel qu'elle provoque, mais aussi par la variation continuelle d'épaisseur qui en résulte ([1]).

3. *Description de la circulation permanente stable.* — En régime permanent, la distribution stable des courants s'effectue suivant un type cellulaire parfaitement régulier. Les surfaces sans rotation instantanée (*surfaces de tourbillon nul*) sont des plans verticaux divisant la masse entière de la nappe liquide en prismes égaux à base hexagonale régulière que j'appellerai *cellules,* pour simplifier le langage. Les axes verticaux de ces prismes sont aussi des lieux de tourbillon nul.

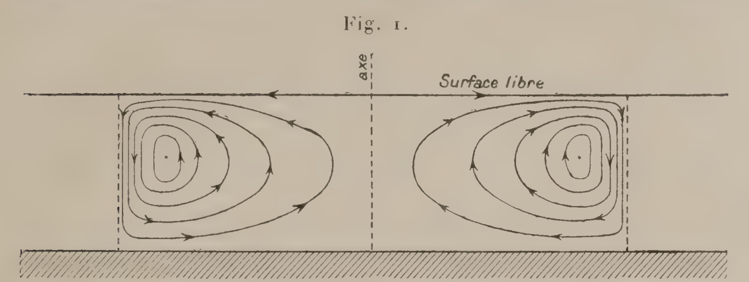
Dans chaque prisme ou cellule, la circulation tourbillonnaire permanente des particules liquides s'effectue sur des trajectoires fermées planes contenues dans chacun des plans verticaux passant par l'axe. Ces filets fermés sont représentés très exactement (*fig.* 1) dans une coupe verticale passant par l'axe de la cellule : ce sont des courbes

---

([1]) La description de la circulation tourbillonnaire instable a été publiée ailleurs (*Revue générale des Sciences,* t. XI; 30 décembre 1900).

rigoureusement planes, au moins dans les six plans de symétrie de l'hexagone. Les flèches indiquent le sens de la circulation : ascension du liquide chaud dans la partie axiale, refroidissement dans les régions les plus élevées où les trajectoires sont centrifuges, puis descente brusque abrupte par les régions périphériques, enfin afflux centripète et réchauffement le long de la paroi du fond. Dans

Fig. 1.



chaque azimut, les filets, de part et d'autre de l'axe, entourent un point de vitesse linéaire nulle. Le lieu de ces points constitue une ligne centrale de tourbillon autour de laquelle tournent tous les filets : elle a la forme d'un hexagone à sommets arrondis, qui épouse la forme latérale du prisme en approchant très près de sa paroi sans rotation. Sur chaque filet fermé, le mouvement périodique est parfaitement isochrone. La distribution des périodes suivant les différents filets sera étudiée en détail dans le courant de ce Travail (troisième Partie).

La permanence rigoureuse et la régularité parfaite des cellules hexagonales ne sont obtenues que comme état limite, mais il semble que l'on puisse s'en approcher pour ainsi dire indéfiniment, en maintenant assez longtemps l'uniformité et la constance rigoureuses des conditions (¹).

(¹) La période d'état variable des courants a été décrite en détail dans les deux articles de la *Revue générale des Sciences*, déjà cités. J'ai dû me borner, dans le Mémoire actuel, à l'étude quantitative de l'état permanent limite.

Au début, le réseau est composé de polygones, presque égaux très rapidement, mais de formes très variées, à 4, 5, 6 ou 7 côtés; puis toutes les inégalités disparaissent peu à peu : les hexagones deviennent de plus en plus nombreux, en même temps que s'égalisent les angles, les côtés et les surfaces. Les déformations deviennent d'ailleurs extraordinairement lentes, à mesure que l'on approche davantage du réseau hexagonal parfaitement régulier. On verra avec quelle précision il a été possible de réaliser cet état limite qui crée dans une nappe liquide une symétrie et une périodicité identiques à celles d'un milieu cristallisé (*fig.* 21). Mais, dans beaucoup de cas, on a dû se borner à l'état presque rigoureusement permanent, où toutes les cellules ne sont pas encore hexagonales.

L'existence d'une telle division cellulaire et le mécanisme de régularisation peuvent donc s'énoncer comme il suit :

1° *Régime variable initial.* — Les courants s'accommodent progressivement, par des variations de plus en plus lentes, à leur régime de plus grande stabilité, quand les conditions aux limites restent uniformes dans le plan et invariables dans le temps.

2° *Régime permanent limite.* — Pour un liquide donné, dans des conditions déterminées d'épaisseur, de température et de flux thermique, *il y a une distance unique stable entre deux centres d'ascension contigus.* Cette distance sera constamment désignée par λ.

Cette loi suffit, en effet, pour créer le réseau hexagonal des surfaces sans rotation. On peut encore l'énoncer :

Dans chaque plan horizontal de la nappe liquide, tous les éléments, vitesses, températures, vecteurs-tourbillons, etc., sont répartis périodiquement sur trois directions de rangées à 60° *l'une de l'autre, l'intervalle entre deux nœuds de ce réseau étant* λ. Une translation λ, parallèle à l'une des trois directions de rangées, reproduit

donc le milieu identique à lui-même. La symétrie de la nappe liquide est celle d'un cristal *hexagonal hémimorphe* (A^6, 3P, 3P'). La maille du plan réticulaire horizontal serait un losange de côté λ, et de petite diagonale λ, qui aurait ses nœuds aux centres de gravité des cellules. Le prisme hexagonal serait la *particule complexe* de cet édifice cristallin. Enfin, ce que M. Wallerant appelle la *particule fondamentale* serait un prisme à base de triangle rectangle contenu douze fois dans la particule complexe : le triangle de base est limité par un rayon, un apothème et un demi-côté de l'hexagone régulier. Il suffit évidemment de connaître la distribution des courants dans cette particule fondamentale [1].

Les lois qui régissent la périodicité λ font l'objet principal du présent Mémoire.

4. *Choix du liquide pour les mesures.* — La division polygonale très régulière s'obtient facilement, à la température ordinaire, avec des liquides un peu volatils tels que l'alcool éthylique, le benzène, les hydrocarbures du pétrole, le térébenthène, etc., sous l'influence des différences de température très faibles qu'une légère évaporation superficielle suffit à provoquer. Mais des mesures précises, avec des liquides de ce genre, présenteraient de graves difficultés, par suite de la variation continuelle de l'épaisseur due à l'évaporation.

On a préféré n'employer que des liquides non volatils et créer le flux de chaleur à l'aide de sources thermiques intenses. Un certain nombre de substances fondant vers 50°, corps gras, cires, éthers élevés, hydrocarbures, etc., sont à 100° dans des conditions de viscosité tout à fait propres à la stabilité du régime permanent ré-

---

(1) Il faut seulement remarquer qu'il n'y a pas de périodicité sur une verticale : on a l'équivalent d'une couche unique de particules complexes, obtenue par clivage perpendiculaire à l'axe senaire du cristal hémimorphe.

gulier. Tels sont, en particulier, la stéarine, le spermaceti, la paraffine, etc. Leur volatilité est absolument négligeable, même quand ils sont très longtemps chauffés en couche très mince à 100°; solidifiés dans l'appareil de recherches, ils peuvent être remis en expérience un grand nombre de fois, et reprennent, inaltérés, exactement la même épaisseur. Leur emploi est très commode pour de longues séries de mesures, comme celles qui font l'objet de ce Travail. Les appareils ont donc été établis pour l'étude des tourbillons cellulaires dans un liquide non volatil à 100°.

Pour rendre toutes les déterminations numériques comparables, un seul corps, aussi bien défini que possible, devait être adopté finalement : on a pris le spermaceti (*palmitate de cétyle*), simplement purifié par filtration à chaud. La masse fondue primitivement a fourni la substance homogène nécessaire pour toute la série de ces recherches.

5. *Historique des tourbillons cellulaires.* — Les tourbillons cellulaires ont un historique, d'ailleurs très court. Il eût été étonnant qu'on n'eût jamais soupçonné une division aussi nette, aussi régulière, continuellement réalisée autour de nous, par exemple dans une couche uniforme de liquide un peu volatil s'évaporant lentement. Je n'ai cependant retrouvé que trois observations isolées, qui n'avaient jusqu'ici aucune espèce de lien entre elles. Les relations de chacune d'elles avec les résultats de mes recherches apparaîtront mieux par la suite :

1° E.-H. Weber a décrit très minutieusement, en 1855, la division polygonale microscopique, mise en évidence par des particules solides en suspension, qui se forme dans un mélange d'alcool et d'eau s'évaporant en couche très mince sur la lamelle porte-objet d'un microscope [1].

---

[1] *Pogg. Ann.*, t. XCIV, p. 452; 1855 : « Sur les courants de circulation que l'on observe dans une goutte découverte de dissolution de gomme gutte pendant la formation d'un précipité, et par lesquels la

2° Le dépôt de *globulites* ou sphérules liquides régulièrement espacés, à intervalles égaux sur des rangées rectilignes, a été signalé à plusieurs reprises, comme étant obtenu par l'évaporation d'une solution sursaturée, par exemple de soufre dans l'essence de térébenthine ([1]). Comme l'observation était restée microscopique, et que des cristaux de soufre semblent se former ultérieurement aux dépens des globulites déposés, Vogelsang ([2]) a regardé ces derniers comme les véritables particules d'un édifice cristallin et a fondé sur eux une théorie de la cristallisation. En réalité, ces sphérules de soufre enregistrent le centre de chaque tourbillon cellulaire du dissolvant. On verra plus loin que toutes les poussières denses incorporées finissent par se déposer en petits tas ronds, réguliers, contre la paroi du fond, au centre de chaque cellule où les amènent les courants centripètes tangents à cette paroi. Des poussières quelconques créent ainsi le prétendu édifice cristallin de Vogelsang : j'ai d'ailleurs répété l'expérience dans des conditions telles que les globules de soufre étaient visibles à l'œil nu et régulièrement espacés, séparés par des intervalles de l'ordre de 1^{mm}.

3° Enfin la division polygonale des mouvements tourbillonnaires a été signalée dans les bains développateurs abandonnés en couche mince dans une cuvette photographique par M. A. Guébhard ([3]), qui l'enregistrait par les

---

goutte se partage en plusieurs divisions polyédriques séparées par des lignes droites. »

E.-H. Weber s'est trompé sur le sens même de la circulation sur les filets liquides. O. Lehmann, qui rapporte son observation dans sa *Molekularphysik* (t. I, p. 276), a bien vu l'origine thermique du phénomène et rétablit le sens exact de la rotation. Quant à Weber, il n'hésitait pas à attribuer à cette circulation une cause électrique.

([1]) *Voir* notamment Frankenheim, *Pogg. Ann.*, t. CXI, p. 1; 1860; Behrens, *Die Krystalliten*, Kiel; 1874, et O. Lehmann, *loc. cit.*, t. I, p. 726 et suiv.

([2]) *Pogg. Ann.*, t. CXLIII, p. 621; 1871.

([3]) *Séances de la Soc. de Ph.*, 18 juin et 16 juillet 1897, etc.

inégalités de l'action réductrice du bain sur une plaque voilée placée au fond de la cuvette. Bien que M. A. Guébhard n'ait cru voir qu'une chute d'anneaux tourbillonnaires localisés, et n'ait pas décrit une circulation permanente à laquelle toute la masse liquide participe, l'identité du phénomène, d'ailleurs peu régulier à cause de la définition médiocre des conditions thermiques, ne fait pas de doute [1].

6. *Division du sujet.* — Dans une première Partie, je donnerai les résultats relatifs aux mesures de dimensions obtenues avec un premier appareil qui ne permettait pas de varier et de mesurer les conditions thermiques, et par des procédés d'enregistrement purement mécaniques, reposant sur l'emploi de particules solides.

Dans la seconde Partie, j'indiquerai les différentes méthodes optiques employées pour l'étude de la surface libre qui n'est pas plane. Ces méthodes sont très nombreuses et fournissent des modes précieux d'observation et d'enregistrement.

La troisième Partie sera consacrée aux mesures proprement cinématiques et aux relations qui en résultent entre les vitesses et le flux de chaleur.

Enfin, dans la quatrième Partie, j'appliquerai une des méthodes optiques de la seconde Partie à une étude plus précise et plus complète des dimensions des cellules, mais avec un second appareil permettant de modifier les conditions thermiques.

---

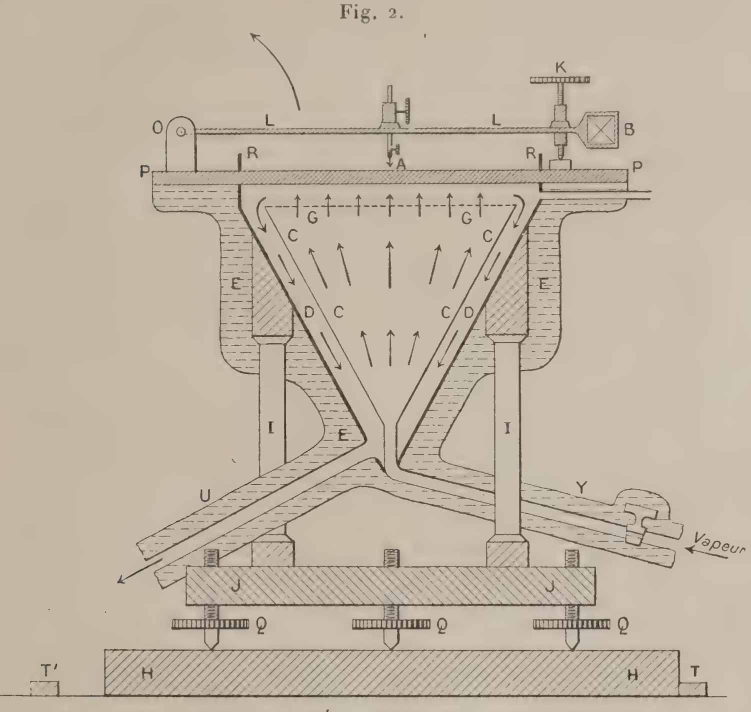
(1) Le refroidissement par évaporation pourrait bien d'ailleurs, dans ce cas, n'être pas la cause qui crée l'augmentation de densité superficielle, et par suite les courants. M. Et. Wallon l'attribue à l'oxydation superficielle du bain développateur (*Bull. de la Soc. de Phot.*, 1er févr. 1901). Dans tous les cas, le résultat est le même.

PREMIÈRE PARTIE.

MÉTHODES D'EXAMEN BASÉES SUR DES PROPRIÉTÉS PUREMENT MÉCANIQUES (PARTICULES SOLIDES EN SUSPENSION). LEUR APPLICATION A LA MESURE DES DIMENSIONS DES CELLULES.

1. *Description de l'appareil thermique à simple plateau.* — Le premier appareil ([1]), destiné à produire

Fig. 2.



Échelle : $\frac{1}{4}$.

les tourbillons dans une nappe mince d'un liquide non volatil à 100°, comportait simplement (*fig.* 2) :

([1]) Les appareils décrits ont été construits avec beaucoup de soin par M. Pellin.

1° Une cuve métallique dont le fond bien plan est formé par un plateau horizontal à faces parallèles PP, de $0^{cm},5$ d'épaisseur;

2° Une étuve inférieure à température fixe, par exemple à circulation de vapeur d'eau bouillante à 100°;

3° Un dispositif pour mesurer les épaisseurs de liquide.

Pour que la dilatation de l'appareil laisse le plateau horizontal, celui-ci une fois réglé, toute la partie métallique a reçu une forme de révolution autour de l'axe de la tubulure verticale inférieure par où arrive la vapeur. L'étuve est constituée par un double cône D, C : le cône intérieur C, qui prolonge la tubulure d'arrivée Y, est fermé par une lame mince plane G, percée de petits trous égaux, équidistants, distribués en quinconce, le tout rappelant une pomme d'arrosoir. Cette lame criblée est située à 1^{cm} environ au-dessous du plateau P qui forme le fond de la cuve. L'eau condensée et l'excès de la vapeur s'écoulent dans l'espace compris entre les deux enveloppes coniques et sortent latéralement par la tubulure inférieure U. De cette façon, la vapeur est forcée de s'éparpiller en de petits jets uniformément répartis dans tout le plan. Cette précaution a été reconnue indispensable pour obtenir un flux de chaleur vertical bien uniforme à travers toute la surface du *mur* thermique constitué par le plateau P.

Les rebords de la cuve sont formés par un cylindre à parois minces R, haut de 1^{cm}, tourné d'une seule pièce avec le plateau P. L'expérience a montré que les perturbations dans le flux thermique, produites par cette paroi latérale bonne conductrice, sont absolument négligeables au delà d'une distance des bords qui est du même ordre de grandeur que celle où l'épaisseur n'est plus modifiée d'une façon appréciable par le ménisque capillaire : avec les épaisseurs de l'ordre de 1^{mm}, cette distance troublée est de 1^{cm} au plus; d'ailleurs, la cuve ayant un diamètre con-

sidérable, 15^{cm} environ, on n'a utilisé pour les mesures que la portion centrale, partie très restreinte de la surface totale; mais même les clichés de mesures, inscrivant dans la cuve un carré de 10^{cm} de côté, ne révèlent aucun défaut d'uniformité attribuable aux parois latérales.

Le plateau est vissé directement sur l'étuve; l'ensemble est soutenu par trois colonnes d'ébonite (fibrine rouge) I, fixées elles-mêmes à un socle massif J que supportent trois vis calantes, du pas de 1^{mm}, munies de cercles Q divisés en 100 parties égales. Toute l'étuve et les parties métalliques inférieures, tubulures, etc., ainsi que le dessous du plateau, sont protégés soigneusement contre le rayonnement par un revêtement épais de feutre et d'ouate E.

2. *Mesure des épaisseurs.* — J'ai cherché à réaliser un dispositif simple permettant de mesurer à 5^{μ} près de petites épaisseurs d'un liquide non volatil, chauffé au voisinage immédiat de 100°. Pour se mettre à l'abri d'erreurs dues à un petit défaut dans le réglage d'horizontalité [1], il fallait mesurer l'épaisseur au centre même, et cependant ne laisser subsister aucune pièce de l'appareil au-dessus du liquide au moment de le photographier.

Le dispositif adopté comprend (*fig.* 2) un simple levier L mobile autour d'un axe horizontal O; cet axe est fixé au plateau par un support mauvais conducteur (ivoire). Le levier porte à son extrémité mobile une croisée de réticule B, formée de deux traits rectangulaires très fins, gravés sur une petite lame de verre; au milieu de sa longueur, il porte une petite tubulure servant à fixer une

---

[1] Dans cette première série, le réglage, commencé avec un niveau à bulle d'air, était terminé à l'aide de quelques clichés de la nappe de cellules, soigneusement examinés pour y découvrir la ligne de plus grande pente, par la décroissance régulière des dimensions des cellules suivant une direction. On agissait sur les vis calantes de façon à corriger la pente calculée; on arrivait ainsi, par tâtonnements, à n'avoir plus de différences appréciables de dimensions entre les cellules des diverses régions de la cuve.

pointe extrêmement fine A. Quand la mesure d'épaisseur est effectuée, le levier est rabattu de 180° autour de son axe.

La méthode d'observation est la suivante : A l'aide d'une lunette à très court foyer et à fort grossissement, on vise, dans une direction presque rasante, la pointe et son image par réflexion sur la surface de la nappe liquide, l'axe optique passant très peu au-dessus du rebord de la cuve. En agissant sur la vis K, on amène la pointe à toucher exactement son image, sans aller toutefois jusqu'à la formation d'un ménisque capillaire. La limite à ne pas dépasser est une question de pratique. On vise ensuite la croisée du réticule avec un cathétomètre à support indépendant, et de la variation de hauteur verticale de cette croisée, on déduit la variation de hauteur de la pointe, si l'on connaît l'amplification du levier, toujours très voisine de 2. Le zéro s'obtient, à chaud, en amenant la pointe au contact avec son image donnée par le fond de la cuve, qui a été polie au centre, dans ce but, sur une étendue de quelques millimètres carrés (la cuve de laiton est argentée à mat sur tout le reste de sa surface).

La méthode suppose que les températures de toutes les parties métalliques de l'étuve, des supports et du cathétomètre n'ont pas varié dans l'intervalle des deux lectures effectuées avec et sans liquide. Cette condition a toujours été réalisée à l'ordre de précision exigé. La dilatation du levier par rayonnement, inévitable si les lectures durent quelque temps, n'influe pas non plus sur la valeur du pouvoir amplificateur, l'échauffement étant uniforme sur toute la longueur de la tige. Enfin, l'extrémité de la pointe n'est pas sur la droite joignant l'axe de rotation au réticule : les déplacements verticaux de celui-ci ne sont pas rigoureusement proportionnels aux déplacements de l'extrémité de la pointe. Pour les épaisseurs étudiées, inférieures à $0^{cm},15$, le calcul montre que la proportionnalité

peut être admise à $\frac{1}{2000}$ près et que le coefficient amplificateur est égal à $\frac{1}{500}$ près à celui que l'on obtient empiriquement, en mesurant l'épaisseur de lames de verre, planes et à faces parallèles, d'épaisseurs comprises entre $0^{cm},2$ et $0^{cm},4$, connues à 1^{μ} près [1].

Pour obtenir des lectures au cathétomètre toute la précision qu'elles peuvent comporter, c'est-à-dire une erreur moyenne de 10^{μ} pour H, le mode d'éclairage des deux réticules le plus favorable est le suivant : celui de la lunette se détache en noir et celui du levier en clair, sur un fond gris faiblement éclairé, chaque fil bissectant l'angle des traits de l'autre réticule. On arrive à ce résultat en éclairant obliquement la lame de verre du levier.

Cet ensemble de dispositifs simples a donné des résultats très satisfaisants. Pour une même épaisseur, l'écart extrême des mesures isolées ne dépasse pas 5^{μ}. On peut admettre que, sur la moyenne de plusieurs lectures, l'erreur probable est de 2^{μ} ou 3^{μ} au plus sur la valeur de l'épaisseur.

3. *Mesure des grossissements.* — Une chambre photographique à deux crémaillères verticales [2] est réglée de façon à donner de la surface du liquide une image à très peu près de grandeur naturelle avec un objectif de

---

[1] La relation exacte entre les déplacements verticaux h de la pointe et H du réticule est

$$\frac{h_1 - h_2}{H_1 - H_2} = \frac{l}{L}\left[\cos\varphi - \sin\varphi \operatorname{tang}\left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right)\right],$$

L désignant la distance du réticule B à l'axe O, l la distance de la pointe A au même axe, φ l'angle AOB et ε l'angle variable que fait OB avec l'horizontale. La substitution numérique donne les résultats indiqués.

[2] Cette chambre, de construction très soignée, m'a rendu les plus grands services; elle a été employée pour toutes les mesures optiques décrites plus loin, qui ont nécessité un nombre considérable de clichés. Elle appartient au laboratoire de Chimie de l'École Normale, dirigé par M. Gernez. Qu'il me soit permis de lui adresser mes bien sincères remercîments.

16^{cm} environ de distance focale, dont l'axe optique est exactement vertical. On a fixé sur l'une des crémaillères un vernier au $\frac{1}{20}$ se déplaçant devant une règle métallique fixe divisée en millimètres. Une lame de verre de 1^{mm} d'épaisseur, du même format 13 × 18 que les clichés employés pour ces mesures, quadrillée en carrés de 1^{cmq} à la machine à diviser, a été constamment interposée sous les plaques au gélatinobromure, le côté gravé contre la gélatine, ou sous le verre dépoli.

Pour mesurer les grossissements, le vernier de la crémaillère étant dans la même position que lors du cliché, on place sur la cuve une réglette métallique divisée sur argent, d'épaisseur connue, la division exactement dans le même plan horizontal qu'avait occupé à chaud la surface libre du liquide. Le réglage correspondant s'effectue à l'aide des vis calantes et de leurs cercles divisés. La réglette est placée de façon que les divisions de son image fassent vernier sur celles de la lame de verre quadrillée. Les grossissements linéaires, ainsi mesurés à la loupe sur le verre dépoli, ont été compris entre 0,996 et 1,001 pour tous les clichés de cette première partie.

4. *Dénombrement des cellules.* — On compte les cellules comprises dans chaque carré (centimètre carré de l'image), en les pointant, soit directement sur des épreuves positives, soit plus commodément en projection sur des écrans de papier blanc.

1° Dans les clichés où chaque cellule est enregistrée par un dépôt central presque ponctuel, on attribue la cellule au carré dans lequel tombe la petite tache, ou son plus gros segment, si le trait rectiligne l'a coupée en deux.

2° Dans les clichés obtenus par les méthodes où la photographie enregistre les contours polygonaux, on compte d'abord les cellules entières, puis on compense les contours rentrants et sortants, en cherchant les morceaux complémentaires.

5. *Procédés mécaniques : Emploi des particules solides.* — Dans toute la première Partie de ces recherches, les différentes particularités de la circulation tourbillonnaire sont mises en évidence en utilisant les propriétés mécaniques de poussières solides entraînées par les courants liquides.

L'emploi de corpuscules solides en suspension permet l'étude complète, descriptive et quantitative, aussi bien du régime variable que du régime permanent limite.

Les méthodes employées sont de trois sortes, suivant la nature des grains de poussière :

1° Particules solides extrêmement fines, incorporées, restant en suspension, au moins pendant un temps considérable ;

2° Particules plus denses que le liquide, déposées assez rapidement ;

3° Particules moins denses que le liquide ou insubmersibles, flottant à la surface.

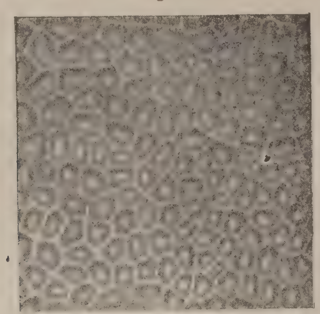
Le premier procédé utilise les courants de toute la masse liquide, le deuxième les vitesses horizontales centripètes au voisinage de la paroi du fond, le troisième les vitesses horizontales centrifuges de la surface libre.

6. *Première méthode : Particules incorporées extrêmement fines, participant à la circulation. Gaine sans poussières au contact des corps solides chauds (observation par transparence).* — Un corpuscule solide, de densité égale à celle du liquide, assez petit pour que ses dimensions soient négligeables par rapport aux rayons de courbure des filets liquides qui l'entraînent, peut être regardé comme ayant exactement le même mouvement que la particule liquide qu'il remplace. Dans le cas actuel, des grains isolés de 20^{μ} environ de diamètre conviennent très bien (grains de lycopode), à condition qu'il y en ait assez peu pour qu'on puisse les suivre individuellement. Nous verrons, dans la troisième Partie, quelle application

de ce procédé a été faite aux mesures d'ordre cinématique.

Les particules dont il va être question seront beaucoup plus fines et en quantité considérable : il s'agit donc de liquides rendus troubles par des particules solides imperceptibles à l'œil nu. Quand la nappe liquide est constituée

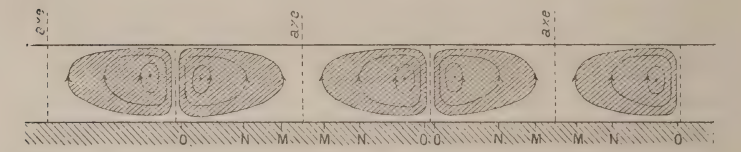
Fig. 3.



Grandeur naturelle. Spermaceti.
Temp. : 80° env. Épaisseur : 1^{mm}, 1.

par un tel milieu, l'observation *par transparence*, à l'aide d'une cuve de verre chauffée et éclairée uniformé-

Fig. 4.



ment par en dessous, révèle que *les particules solides impalpables entraînées sur les filets liquides ne sont pas réparties uniformément dans toute la masse.*

La *fig.* 3 montre l'aspect que présente la nappe cellulaire par transparence (1) et la *fig.* 4 la répartition des

(1) Ce mode d'observation est, en somme, la généralisation de l'expérience microscopique de E.-H. Weber. Les formes cellulaires sont d'ailleurs peu régulières : le verre étant mauvais conducteur le flux de chaleur est loin d'être uniforme; mais le caractère général de la circu-

particules solides qui en résulte dans une coupe verticale idéale à travers une rangée de cellules régulières :

Dans chaque cellule, les particules solides occupent uniquement les filets internes; les filets extérieurs sont absolument limpides et l'observation microscopique montre que la transition est très brusque entre les parties troubles et les régions dénuées de particules. Ces dernières sont limitées, dans la partie centrale, par une espèce d'hyperboloïde à une nappe, et, le long de la *cloison* intercellulaire, par une lame verticale plane très peu épaisse; cette dernière, par transparence, donne un liséré translucide très étroit (OO), dessinant le contour polygonal des cellules, tandis que la partie axiale donne une tache centrale (MM) transparente, lentement dégradée (MN); la partie la plus opaque est la projection des portions telles que NO.

Un petit nombre de faits de cette nature avaient été déjà signalés dans les gaz contenant des particules solides en suspension [1]. Lodge en a montré le premier la généralité, et a fait des expériences sur des liquides troubles. Celles que j'ai moi-même effectuées, en variant de beaucoup de façons la forme des courants de convection et des corps solides chauds immergés, ont confirmé les résultats suivants, énoncés par Lodge :

---

lation obtenue avec une cuve métallique subsiste. La grande difficulté est d'éviter le dépôt des particules solides qui s'effectuerait, comme on le verra bientôt, au centre des cellules et masquerait la partie transparente axiale.

L'épreuve photographique fournie pour la *fig.* 3 a été partiellement retouchée pour en permettre la reproduction : dans cette retouche, les cloisons transparentes ont été élargies, surtout à gauche et en bas.

(1) TYNDALL, *Proc. Roy. Inst.*, t. VI, p. 3; 1870; Lord RAYLEIGH, *Proc. Roy. Soc.*, 21 décembre 1882; O.-J. LODGE et J.-W. CLARK, *Proc. Phys. Soc. of L.*, t. VI, avril 1884, etc. Tous ces auteurs, ayant opéré sur des gaz violemment illuminés, où les grains de poussière seuls s'éclairent, emploient l'expression de *gaine sombre*, *plan sombre* (*black coat, dark plane*). Dans mes observations par transparence, la gaine, au contraire, est seule translucide.

1° Au contact immédiat d'un corps solide plus chaud que le fluide trouble qui l'entoure, ce dernier forme une gaine très mince, complètement dénuée de particules solides;

2° Cette gaine est particulièrement tranchée et nette quand les courants de convection sont parallèles à la surface solide;

3° Quand les filets chauds ascendants quittent la surface solide, ceux d'entre eux qui forment la continuation de la gaine restent, comme elle, dénués de particules sur tout leur trajet, ce qui résulte simplement de ce que les corpuscules solides se meuvent *avec* les filets liquides. Ce prolongement de la gaine formera, par exemple, un *plan* vertical ascendant au-dessus d'un objet solide chaud ayant une arête rectiligne supérieure. C'est ce plan qui a été d'abord observé par Tyndall, en le visant par la tranche; Lodge, le premier, a montré l'existence de la gaine qu'il ne fait que prolonger.

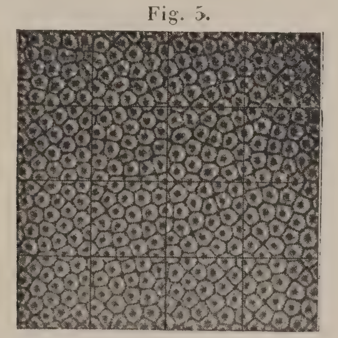
L'explication de ces faits semble nécessiter l'introduction des forces thermiques de Maxwell. Lodge en a ébauché une théorie. Sa discussion serait étrangère au sujet de ce travail. Il suffit de constater que les faits expérimentaux actuels s'accordent avec ceux qui ont été signalés par Lodge : Le fond de la cuve, paroi chaude balayée par des courants tangentiels, sera revêtu d'une gaine dénuée de particules, et tous les filets fermés, qui constituent cette gaine dans la partie inférieure de leur trajet, resteront necessairement limpides sur tout leur parcours. C'est bien ce que représente la *fig.* 4.

7. *Emploi de poussières métalliques lamellaires : Modelé de la surface limitant la région dénuée de particules solides.* — L'observation par transparence, à travers une cuve de verre, était nécessaire pour mettre en évidence l'inégale distribution des particules solides impalpables dans la masse liquide. Revenons à l'appareil

décrit avec cuve métallique : la propriété énoncée a pu être utilisée d'une façon tout à fait différente, en employant des particules solides de nature spéciale. Elles doivent être opaques et très brillantes, de façon à donner une réflexion métallique de la lumière qui tombe normalement sur elles et, de plus, être de forme lamellaire, de façon que la surface réfléchissante s'oriente tangentiellement aux filets liquides qui transportent ces particules. Si l'on ajoute la condition de faible densité, pour que les particules restent longtemps en suspension, on trouve que le choix des poudres impalpables est très restreint. Les deux seules qui aient donné de très bons résultats sont l'aluminium et le graphite gris d'acier.

Grâce à la transparence des filets extérieurs, l'aspect est

Fig. 5.



Grandeur naturelle. Spermaceti. Particules brillantes : graphite. Temp. : 100°. Épaisseur : 810μ.

le même que si ces petites lamelles brillantes tapissaient d'un miroir métallique dépoli et continu la surface limitant la région couverte de hachures dans la *fig.* 4. Cette surface réfléchit plus ou moins la lumière diffuse, suivant l'inclinaison de ses différentes parties sur l'horizon. C'est donc un véritable modelé de cette surface que l'on obtient, très saisissant quand on a en plus la sensation du mouvement permanent de cette nappe brillante, comme engendrée constamment par le mouvement des particules décrivant chacune de ses sections azimutales. La *fig.* 5 montre

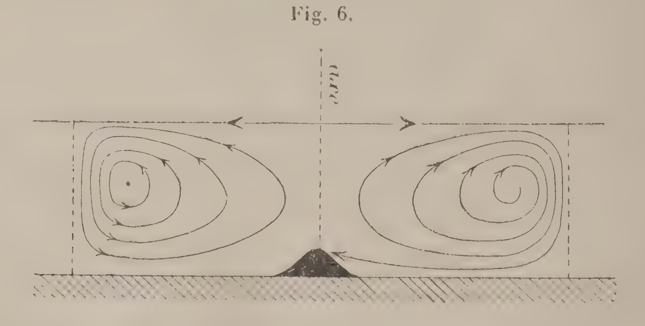
la finesse des détails obtenus. On remarquera le cratère ascendant central de chaque cellule, avec l'aspect étoilé que lui donne la différenciation des azimuts, et la descente brusque, abrupte, de part et d'autre des *cloisons* planes verticales intercellulaires.

Pour la photographie, l'éclairement intense du liquide est obtenu par un faisceau de lumière parallèle horizontal (héliostat ou arc électrique) réfléchi par un miroir fixe, de façon à tomber sous une incidence faible à la surface du liquide. Le même mode d'éclairage s'applique aux deux autres procédés utilisant des particules solides.

Si cette méthode convient parfaitement pour une étude descriptive des formes, puisqu'elle révèle les déformations les plus délicates des filets liquides, elle a, pour des mesures de dimensions, l'inconvénient de salir le liquide d'une proportion notable de matières étrangères, ce qui peut en modifier les propriétés d'une façon inconnue, équivaloir par exemple à un accroissement de viscosité. Ce reproche ne s'applique pas aux deux autres méthodes.

8. *Deuxième méthode : Particules solides, plus denses que le liquide, déposées.* — A moins d'être en

Fig. 6.

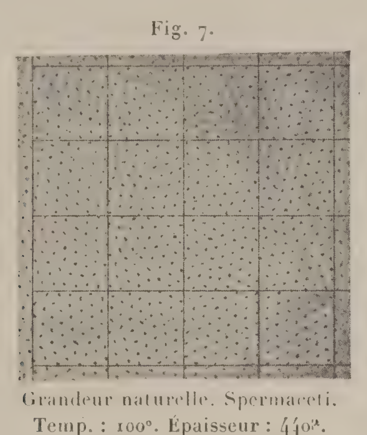


poudre absolument impalpable, des particules solides plus denses que le liquide se déposent en général assez vite. Le grain plus lourd passe sur des filets de plus en plus longs, en décrivant une sorte de spirale (*fig.* 6) dont le nombre de spires peut être considérable. Le frottement

contre la paroi du fond ralentit de plus en plus le corpuscule dans la partie inférieure de son trajet, jusqu'à ce qu'enfin il s'arrête tout à fait : les courants centripètes l'entraînent nécessairement au centre, où se forme un petit tas régulier de corpuscules déposés.

Si l'on suppose le régime permanent limite établi, c'est-à-dire l'assemblage de cellules hexagonales régulièrement alignées, ces petits tas pulvérulents formeront un quinconce parfaitement régulier : ils seront équidistants, alignés sur trois directions de rangées rectilignes, à 60° l'une de l'autre. Dans la photographie que reproduit la *fig.* 7, cette

Fig. 7.



Grandeur naturelle. Spermaceti.
Temp. : 100°. Épaisseur : 440$^{\mu}$.

régularité des alignements est réalisée au moins sur l'étendue de quelques centimètres carrés. Ce cliché fait partie d'une série effectuée pour les mesures de dimensions.

Si la matière pulvérulente a été répartie primitivement de façon uniforme dans la masse liquide, les petits tas sont rigoureusement égaux. Grâce aux lois du hasard, une très faible quantité de poudre suffit pour qu'il y en ait au moins quelques grains dans chaque cellule. La méthode s'applique donc à des liquides presque purs.

9. *Troisième méthode : Particules flottantes.* — Les filets liquides tangents à la surface libre ne sont autres

que les rayons rectilignes centrifuges de chaque hexagone régulier composant le réseau polygonal (*fig.* 8, partie *a*).

Fig. 8.

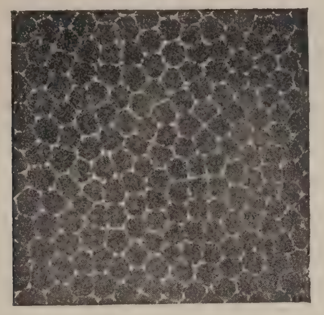
a. Courants superficiels centrifuges.
b. Trajet brisé, suivant ABC, d'une particule flottante.
c. Enregistrement final des sommets ternaires.

Si une particule solide moins dense que le liquide ou bien insubmersible, un grain de lycopode par exemple, vient à tomber en A, à la surface de la nappe liquide, cette particule, de A en B, suivra d'abord le filet superficiel centrifuge sur lequel elle est tombée, avec la vitesse même des éléments liquides qui le parcourent. Arrivé sur le côté du polygone cellulaire en B, le grain de lycopode abandonnera le filet liquide, qui plonge en ce point, et sera entraîné avec une vitesse très diminuée sur le côté même du polygone, puisque de part et d'autre, en chaque point, deux courants superficiels rectilignes convergent en formant un angle obtus : la résultante des deux vitesses étant désormais seule efficace, le grain décrira le côté du polygone suivant BC jusqu'au sommet ternaire C, où il s'arrêtera : c'est évidemment, en effet, sa seule position d'équilibre stable.

Le dispositif opératoire est le suivant : projeter un nuage de lycopode sur la surface liquide, puis, un instant très court après, photographier instantanément cette sur-

face. Si l'intervalle est tel que les particules aient eu le temps de décrire la première partie de leur chemin brisé, ces particules figureront le réseau polygonal superficiel par un dessin d'une extrême finesse, formé de points juxtaposés (*fig.* 9). Si l'on attend trop longtemps, tous

Fig. 9.



Grandeur naturelle. Spermaceti. Particules flottantes : lycopode. Temp. : 100°. Épaisseur : 970$^{\mu}$.

les grains seront déjà rassemblés aux sommets et l'on n'aura plus que l'enregistrement de ces sommets par des petits tas de lycopode.

La pratique indique quel intervalle de temps, une fraction de seconde, il faut laisser écouler entre l'instant où l'on presse sur la poire pulvérisatrice et celui où l'on presse sur la poire pneumatique de l'obturateur photographique.

Cette méthode n'a pas servi effectivement à des mesures précises, parce que l'instabilité même du phénomène utilisé rend la technique opératoire délicate et les insuccès nombreux. Mais il a paru utile de la signaler, parce qu'à défaut de la méthode optique, absolument sûre et bien plus commode d'ailleurs, qui sera décrite dans la deuxième Partie, elle eût pu donner des résultats précieux, pour l'enregistrement du réseau polygonal.

10. *Résultats numériques des mesures de dimen-*

sions. Première série (*première méthode*). — Cette série est citée comme premier renseignement obtenu sur la loi des épaisseurs. Le peu de précision des résultats tient, en plus du défaut de la méthode, déjà indiqué, à ce que le réglage d'horizontalité était évidemment imparfait (la pente est très apparente sur les clichés).

Malgré ces réserves, cette série a fourni un résultat intéressant : si l'on désigne par S la surface du polygone cellulaire et par e l'épaisseur de la nappe liquide, la loi approchée de l'influence de l'épaisseur sur les dimensions transversales est que $\sqrt{S}$ varie proportionnellement à l'épaisseur e; en d'autres termes, les prismes cellulaires seraient semblables, quelles que soient leurs dimensions linéaires [1].

Pour six épaisseurs différentes, dont les extrêmes étaient $0^{mm},352$ et $1^{mm},040$, les valeurs numériques obtenues pour le rapport $\frac{\sqrt{S}}{e}$ sont comprises entre 2,66 et 2,88, sans qu'il semble y avoir d'écarts systématiques. Mais l'irrégularité même des écarts montre que l'on ne peut compter, dans cette série, sur une précision supérieure à $\frac{1}{10}$.

11. *Deuxième série* (*seconde méthode*). *Loi de l'épaisseur.* — Les résultats de cette série offrent une sécurité bien plus grande, d'abord par la méthode elle-même, qui laisse le liquide presque pur, le dépôt de la petite quantité de graphite employée étant complet lors du cliché, et aussi par la rigueur du réglage d'horizontalité et la plus grande précision des mesures d'épaisseur, assurées par divers perfectionnements apportés à la technique opératoire.

---

(1) M. A. Guébhard (*loc. cit.*, p. 110) avait aussi trouvé cette simple proportionnalité comme influence approchée de l'épaisseur, dans le cas des tachetages de plaques voilées.

Grossissements compris entre 1,000 *et* 1,001.

Numéros des clichés.	e.	S.	$\frac{\sqrt{S}}{e}$.	$\frac{e}{\lambda}$ (1).
	mm	mmq		
218	0,440	1,912	3,14	0,296
220	0,570	3,32	3,19	0,291
217	0,644	4,66	3,30	0,281
221	0,700	5,68	3,40	0,274
222	0,853	10,33	3,76	0,247

Cette série donne un résultat extrêmement net pour la loi des dimensions : la loi de proportionnalité rigoureuse ne peut être admise. Si l'on porte, par exemple, les valeurs de e en abscisses et les valeurs de $\frac{e}{\lambda}$ en ordonnées, on obtient des points se plaçant très bien sur une même courbe voisine d'une droite. Cette régularité des variations de $\frac{e}{\lambda}$ exclut, cette fois-ci, les erreurs accidentelles :

Pour le liquide étudié, à la température de 100°, la loi des dimensions transversales n'est pas la simple proportionnalité à l'épaisseur : *la surface croît notablement plus vite que le carré de l'épaisseur :* e variant du simple au double, le quotient $\frac{\sqrt{S}}{e}$ croît de 3,14 à 3,76.

Les mesures ultérieures plus précises effectuées avec le second appareil, en employant les procédés optiques, confirmeront ce résultat, non seulement pour le sens, mais pour l'ordre de grandeur de la variation.

---

(1) Dans la dernière colonne, λ désigne comme précédemment la distance moyenne de deux centres de cellules contiguës; en supposant le réseau composé uniquement d'hexagones réguliers, on a

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}}\sqrt{S}.$$

DEUXIÈME PARTIE.

ÉTUDE OPTIQUE DE LA SURFACE LIBRE. — MÉTHODES D'EXAMEN QUI EN DÉRIVENT.

1. Dans une nappe liquide, siège de la circulation permanente décrite, les surfaces isobares ne sont plus des plans horizontaux; en particulier, la surface libre n'est pas plane : les dépressions et les soulèvements qu'elle présente, par rapport au niveau moyen, sont régulièrement distribués et en relation simple avec la circulation interne, le sens de cette relation pouvant d'ailleurs être facilement prévu; mais, au point de vue expérimental, leur ordre de grandeur reste très faible, de $0^{\mu},5$ au plus pour une épaisseur de 1^{mm}, dans les conditions les plus favorables. Il n'y avait donc pas à s'en préoccuper dans les mesures d'épaisseur effectuées avec une erreur moyenne de 2^{μ} ou 3^{μ}. Toutefois, les courbures sont déjà assez prononcées pour que l'on s'aperçoive du défaut de planéité, en regardant, sous une incidence très oblique, l'image d'objets rectilignes, la surface libre formant miroir : l'image paraît régulièrement ondulée.

Dans le régime permanent limite, la surface libre offre exactement les mêmes éléments de symétrie que la circulation interne : son étude purement géométrique, sans que l'on sache rien de la circulation, eût donc conduit à définir exactement la même périodicité.

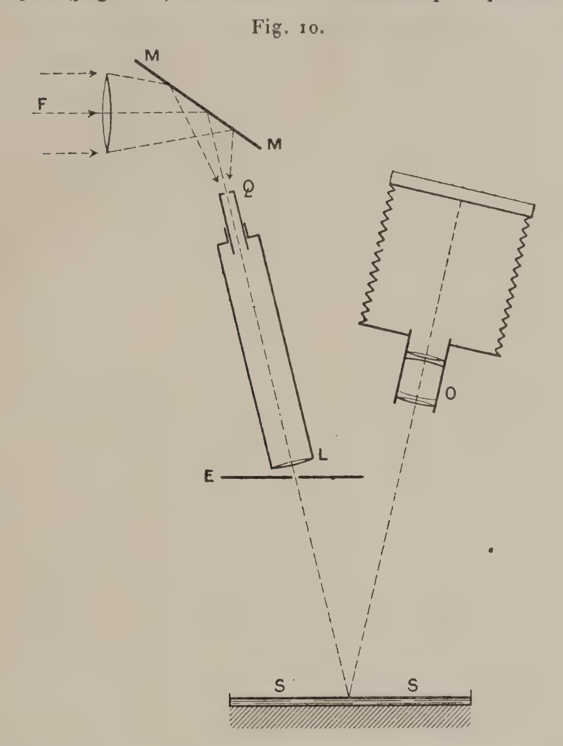
Cette étude a été faite par des procédés optiques très variés, plusieurs d'entre eux, d'ailleurs, nécessitant des dispositions expérimentales communes. La plupart ont eu leurs résultats enregistrés photographiquement.

2. *Première méthode optique. Déformation des images d'un réseau quadrillé par réflexion sur la surface libre.* — Le dispositif consiste à faire en sorte

que chaque point de l'image soit fourni par une surface réfléchissante aussi petite que possible. Une telle correspondance ponctuelle est nécessaire, pour que les inégalités de la surface ne se compensent pas en moyenne [1].

L'objet (*fig.* 10) est une toile métallique quadrillée Q

Fig. 10.

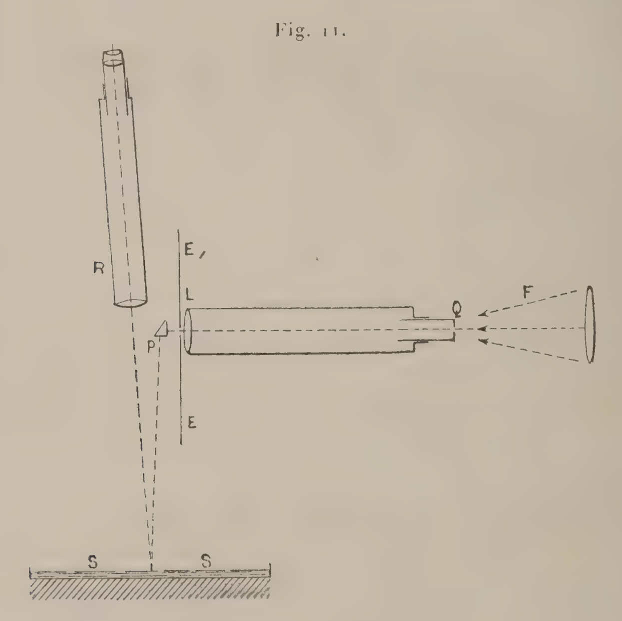


à mailles carrées très régulières et très fines, placée dans le plan focal d'une lentille collimatrice L; ce réseau est éclairé vivement par un faisceau convergent F (soleil ou arc électrique) qu'un miroir M renvoie dans la direction de l'axe optique du collimateur. Immédiatement au-dessous

[1] C'est, en somme, l'application à l'étude des petites déformations d'une surface plane d'une des méthodes employées par Foucault pour les miroirs concaves des télescopes (*Ann. de l'Obs. de Paris*, t. V; 1858).

de la lentille collimatrice, on a disposé un écran E ne présentant qu'un trou circulaire de $0^{mm},5$ de diamètre. La distance d, comptée sur l'axe optique, comprise entre ce diaphragme et la surface libre, doit être au moins égale à la surface focale f de la lentille L. La *fig.* 11 montre suffisamment comment on peut modifier le dispositif pour que la réflexion ait lieu sous une incidence presque normale; dans la *fig.* 10, l'incidence est de 15° environ. Le faisceau réfléchi est recueilli, soit par une lunette R, soit par un objectif photographique O. Dans les deux cas, on met au

Fig. 11.



point l'image du grillage en remplaçant le liquide par un miroir plan.

Si l'on néglige les phénomènes de diffraction par le petit trou E, on voit qu'à chaque point de l'objet correspond un faisceau incident parallèle très étroit, ayant pour section horizontale un petit cercle de diamètre égal à celui du petit trou de E. La surface réfléchissante utilisée pour

la formation de l'image de ce point a les mêmes dimensions. Si les accidents de la surface S n'ont pas une étendue trop petite, les déformations de l'image du réseau quadrillé correspondront aux courbures de chacun des points de cette surface libre. En particulier, les mailles seront reserrées dans les portions correspondant à une cuvette concave [1]. La distance d devra être assez grande pour que les pinceaux élémentaires soient bien séparés, avant de se réfléchir. Enfin, la méthode n'est applicable que pour des courbures extrêmement faibles, telles que la mise au point à l'infini laisse distinctes les images des différents fils du réseau.

En fait, à 100°, pour le liquide employé, avec le flux de chaleur maximum, les courbures sont déjà trop grandes : les différents fils du réseau ne restent pas distincts dans les portions d'image données par les régions concaves de la surface. Dans les conditions où l'on était placé, les mesures devenaient possibles quand le rayon de courbure minimum des cuvettes concaves était de 200^{cm}. C'est ce qui avait lieu quelques minutes après la suppression du courant de vapeur dans l'étuve, c'est-à-dire quand le flux de chaleur avait très notablement diminué.

En résumé, la méthode, si commode dans le cas où l'on n'a que de très grands rayons de courbure, est insuffisante

---

(1) Soit ε l'écartement de deux fils contigus du réseau quadrillé. L'une des directions des fils étant supposée dans le plan d'incidence, l'écartement des points d'incidence correspondants est $\varepsilon \frac{d}{f} \frac{1}{\cos i}$ dans ce plan et $\varepsilon \frac{d}{f}$ dans la direction perpendiculaire.

Soit $1 + \alpha$ l'écartement de deux fils contigus sur l'image déformée, en prenant pour unité celui que l'on obtient par réflexion sur un miroir plan. L'angle des deux rayons réfléchis est $\frac{\varepsilon}{f}(1 + \alpha)$, l'angle des normales $\frac{\varepsilon}{f} \frac{\alpha}{2}$. Si ε était infiniment petit, le rayon de courbure serait, dans le plan d'incidence, par exemple :

$$\varepsilon \frac{d}{f} \frac{1}{\cos i} : \frac{\varepsilon}{f} \frac{\alpha}{2} = \frac{2d}{\cos i} \frac{1}{\alpha}.$$

dans le cas actuel : elle ne laisse même pas soupçonner les crêtes convexes qui séparent, comme nous le verrons, les cuvettes concaves les unes des autres.

Cependant, ce premier procédé optique a conservé un intérêt qualitatif : en rendant la circulation intérieure apparente à l'aide de particules solides en suspension, on a pu diaphragmer la surface de façon à n'utiliser qu'une seule cellule à la fois, et constater alors que c'est bien la partie centrale qui forme une cuvette concave : *à chaque centre d'ascension interne correspond un centre de dépression de la surface libre.* C'est bien le sens que l'on pouvait prévoir : l'afflux centripète des couches inférieures de la cellule, ayant à vaincre le frottement à la paroi du fond, ne peut se faire qu'à l'aide d'une pression motrice effective. La tension superficielle, à elle seule, provoque déjà une dépression au centre des cellules et un excès de pression sur les lignes de faîte qui séparent les cuvettes concaves les unes des autres.

3. *Deuxième méthode optique. Courbes de niveau de la surface libre à l'aide de franges d'interférence.* — Les premiers résultats relatifs à la forme de la surface libre indiquaient l'intérêt d'une étude directe de ses courbes de niveau, à l'aide de franges d'interférence produites, dans l'air, entre la face inférieure d'une lame de verre plane et horizontale et la surface du liquide. Dans ce but, afin de pouvoir opérer avec des différences de marche notables, de l'ordre de 2^{mm}, on a choisi comme source monochromatique intense une des raies données par l'arc électrique jaillissant dans le vide entre deux électrodes de mercure, sous la forme même que lui ont donnée MM. Ch. Fabry et A. Pérot [1].

---

[1] *Comptes rendus,* t. CXXVIII, p. 1156; 1899, et *Journal de Physique,* t. IX, p. 369; 1900. Avec les absorbants que ces auteurs ont indiqués, on peut, par exemple, ne conserver que la raie verte $\lambda = 0^{\mu},54607$, pour l'observation directe, ou la raie bleue $\lambda = 0^{\mu},43583$ pour la photographie.

L'observation de ces franges à l'œil nu a été relativement facile; mais leur enregistrement par la photographie a présenté de grandes difficultés. Si régulières, en effet, que soient la circulation permanente et la forme de la surface libre qui en résulte, il est pratiquement irréalisable d'obtenir l'immobilité complète des franges, car elles traduisent les plus petites déformations résultant des moindres courants d'air superficiels ou des moindres perturbations thermiques à l'intérieur de la lame liquide. La protection la plus efficace a permis de poser jusqu'à $0^s,2$ sans trop d'insuccès dus à l'agitation irrégulière des franges, mais cette limite serait difficilement dépassée.

Le problème optique était donc de satisfaire à la fois à une intensité photographique suffisante et à une bonne visibilité des franges. Les conditions optimum étant contradictoires, il a fallu prendre des conditions moyennes.

Source. — Le dispositif de l'éclairage en lumière incidente parallèle est celui de l'appareil de Desains. Le tube de MM. Pérot et Fabry, disposé latéralement, est encastré dans une boîte opaque ne laissant sortir la lumière que dans la direction où elle est utilisée : une lentille convergente à court foyer forme l'image de l'arc sur un petit prisme isoscèle rectangle convenablement diaphragmé. Sur le trajet de ce faisceau horizontal est interposée une cuve à solution acide de sulfate de quinine qui suffit, comme l'ont indiqué MM. Pérot et Fabry, à rendre la lumière monochromatique pour la photographie ($\lambda = 0^{\mu},43583$), en absorbant les raies plus réfrangibles dans le violet et l'ultra-violet.

Choix de la lentille et du diaphragme. — Pour l'intensité, il faut utiliser la plus grande partie possible du faisceau conique divergent réfléchi par le prisme; comme la surface à éclairer en lumière parallèle n'est que de quelques centimètres carrés, il est inutile de prendre une lentille à long foyer comme celles des appareils ordinaires

de Fizeau ou de Desains. Toutes choses égales, l'éclairement par unité de surface sera inversement proportionnel au carré de la distance focale. Mais, pour conserver une netteté égale des franges, il faudra réduire la surface du diaphragme du prisme dans le même rapport que la surface de la lentille.

Les conditions les plus favorables, avec des différences de marche de l'ordre de 1^{mm}, ont conduit à adopter un diaphragme circulaire de $0^{cm},2$ de diamètre et une lentille simple de 19^{cm} de distance focale, de 9^{cm} de diamètre, dont on peut, par conséquent, encore diaphragmer les bords.

Objectif et grossissement. — Le diaphragme du petit prisme est placé dans le plan focal de la lentille, et à $0^{cm},5$ de son axe optique, qui a été réglé rigoureusement vertical. De cette façon, le faisceau de retour, réfléchi par la nappe liquide, passe exactement à côté du prisme et est reçu tout entier par l'objectif photographique à axe vertical placé immédiatement au-dessus.

On peut varier le grossissement, en particulier en faisant varier la distance entre la lentille collimatrice et la cuve. A durée de pose égale, l'intensité photographique sera d'autant plus grande que le grossissement sera plus faible. Toutefois, il y aurait inconvénient à photographier les franges à une échelle très réduite, si l'on veut obtenir un dessin net de leurs formes extrêmement contournées, sans faire disparaître la finesse des détails. Les meilleures séries d'épreuves ont été obtenues avec un objectif de 20^{cm} de distance focale, réglé pour un grossissement linéaire égal à 1,19.

Lame de verre et trépied. — La lame de verre, plane, à faces parallèles, est carrée, de 4^{cm} de côté et épaisse de $0^{cm},6$. Elle est encastrée, à l'aide d'un simple liège, dans une couronne métallique, elle-même solidaire d'un grand trépied à vis calantes. Ces vis reposent sur un support massif en bois, de forme annulaire, entièrement circon-

scrit à l'appareil à plateau déjà décrit, dont il est complètement indépendant. L'ensemble de la lame et de son support constitue ainsi une sorte de couvercle recouvrant la cuve, et la circulation de l'air situé au-dessus du liquide chaud ne peut avoir lieu que par l'interstice étroit cylindrique ménagé entre les parois latérales de la cuve et le rebord du trépied. C'est ce mode de protection qui permet d'obtenir l'immobilité presque complète des franges (1).

Dans l'intervalle compris entre la lentille collimatrice et le trépied, on a disposé une lame de verre plane, à faces parallèles, mobile autour d'un axe horizontal, pouvant être à volonté inclinée à 45° dans une position réglée par un butoir, ou relevée verticalement. Cette glace renvoie horizontalement le faisceau réfléchi et permet l'observation directe des franges à l'aide d'une lunette à court foyer, mais les images sont doublées. On peut donc suivre à l'œil les déformations des franges et les photographier quand elles offrent un aspect intéressant; en général, on prend le

(1) Le seul inconvénient de ce dispositif est l'échauffement par rayonnement de la lame de verre et de toutes les pièces métalliques massives du trépied. Toutefois, la forme même du trépied, centré sur l'axe de la cuve, assure une dilatation presque uniforme dans le sens vertical, et le léger déréglage d'horizontalité de la lame peut être corrigé d'après l'aspect même des franges (ce réglage d'horizontalité est fait par un procédé d'autocollimation facile à imaginer, à l'aide d'une lunette à réticule très éloignée et d'un bain de mercure auquel on substitue ensuite la lame de verre). Il subsistait d'ailleurs souvent une légère inclinaison de la lame de verre, visible dans un grand nombre de clichés. La lame ne restant même pas rigoureusement plane, à cause d'inégalités inévitables dans sa dilatation par rayonnement, les franges obtenues ont presque toujours un aspect qui ne rend pas compte de la parfaite régularité des courbes de niveau réelles de la surface liquide. Ces irrégularités apparentes disparaissent toutefois en grande partie dans l'interprétation adoptée, où l'on regarde la lame comme plane, mais non horizontale. Pour le réglage de la lame et la détermination des différences de marche employées, les vis du trépied, du pas de $0^{mm},750$, étaient munies de cercles divisés mobiles devant de petites réglettes fixes divisées en pas.

temps de relever la glace pour ne pas perdre inutilement de la lumière.

Obturateur photographique. — Il a fallu renoncer à toute espèce d'obturateur mécanique à ressort ou à détente, fixé sous l'objectif. La trépidation légère du déclic se transmettait en effet, par l'intermédiaire des supports, à la couche d'air interposée entre le liquide et la lame de verre, et au liquide lui-même. Les franges subissaient une légère saccade, d'ailleurs de courte durée. On a adopté, pour éviter cet inconvénient, un obturateur entièrement indépendant de l'appareil : c'est un grand disque circulaire de carton, vertical, mobile dans son propre plan en tournant autour d'un axe horizontal. Ce disque est placé entre la source lumineuse et la première lentille ; il est percé d'une fenêtre occupant un secteur dont l'angle a été déterminé de façon à donner une pose d'environ $0^s,2$, quand le disque, abandonné à lui-même sans vitesse initiale, avec la fenêtre en bas, tourne sous l'action seule de la pesanteur, par suite de l'excentricité du centre de gravité. L'obturateur ordinaire, placé devant l'objectif, est d'ailleurs conservé, pour éviter de voiler les plaques ; il suffit de l'ouvrir quelques secondes avant de manœuvrer le disque. Après la pose, on arrête le disque à la main et on l'arme à nouveau.

Mesures faites sur les clichés. — La plupart des clichés obtenus sont à la limite de visibilité, bien qu'ils aient été *poussés* le plus possible au développement ([1]). On s'est borné en général à compter sur chacun d'eux le nombre de franges comprises en moyenne entre un sommet et un centre de dépression voisin. Pour tenir compte de l'inclinaison de la lame de verre, on a opéré comme il suit :

1° Si l'inclinaison est suffisante pour que la direction

([1]) On a dû choisir pour la *fig.* 12 un des clichés qui pouvaient supporter la reproduction typographique ; malheureusement, c'est un de ceux où les franges sont le moins régulières.

de l'horizontale du plan de verre soit très évidente (longues franges parallèles cannelées, comme celles de la *fig.* 14), il suffit de mesurer les plus grandes différences de cotes en se déplaçant sur une droite parallèle à cette direction.

2° Si l'inclinaison est faible, on a des courbes fermées, à symétrie senaire, mais presque circulaires, entourant les ombilics concaves, centres de dépression, et d'autres courbes fermées, d'allure triangulaire, entourant les sommets [1]. En comptant, par exemple, le nombre de franges comprises entre un sommet ternaire et les trois ombilics concaves voisins, la moyenne est indépendante de la légère inclinaison de la lame de verre.

Résultats qualitatifs : Description topographique de la surface libre. — Les centres de cellules sont, ainsi qu'on l'a déjà dit, des *ombilics* concaves, centres de dépression; chaque sommet du contour polygonal est un *sommet* topo-

---

(1) Il arrive qu'un *mamelon* accidentel, occupant la place d'un sommet ternaire, présente un nombre exagéré de franges; on a alors simplement un ménisque capillaire dû à un grain de poussière flottant:


Fig. 12.



Cliché : ζ_2.
Grossissement : 1,19. — Spermaceti
Température : 85°,4. — Épaisseur : $e = 1^{mm},20$.

on a vu, dans la première Partie, qu'un corpuscule flottant va précisément occuper un sommet ternaire. C'est le cas des trois mamelons marqués de points de repère dans la photographie reproduite (*fig.* 12).

graphique. Ce contour lui-même est formé de *lignes de faîte* séparant les différents *bassins* les uns des autres. Le milieu de la ligne joignant deux sommets voisins est un *col* dont la cote, à partir de l'ombilic, est égale au moins aux trois quarts de la différence totale de cotes entre l'ombilic et les sommets. La courbure concave de la *crête*, d'un sommet au sommet voisin, est donc très peu prononcée; au contraire, la courbure convexe dans un plan vertical normal à la crête, en passant d'un *versant* à l'autre, est très forte.

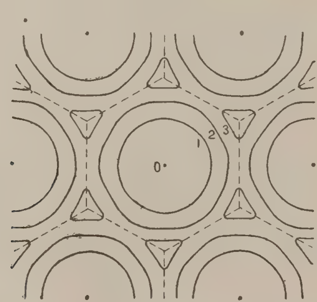
Enfin, pour aller d'un ombilic concave à un autre contigu au premier, on suit une *ligne de thalweg;* ces *vallées* sont d'ailleurs extrêmement peu dessinées et le thalweg va en s'évanouissant près de chaque ombilic [1].

Résultats numériques. — Quatre clichés seulement ont été pris dans l'état permanent, avec l'épaisseur de $0^{mm},93$, la vapeur passant en excès dans l'étuve. Il se trouve qu'ils sont parmi les meilleurs pour la régularité des franges et l'horizontalité de la lame de verre. Tous les autres ont été

---

[1] La *fig.* 13 a été dessinée d'après l'interprétation fidèle des photo-

Fig. 13.



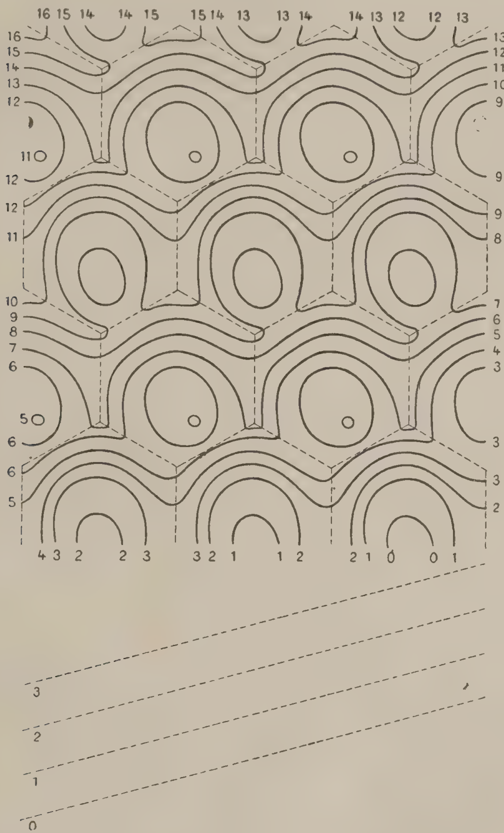
graphies, dans le cas hexagonal parfaitement régulier. La *fig.* 14 montre ce que donnent les mêmes courbes de niveau quand la surface plane de verre a été légèrement inclinée. Cette inclinaison très faible suffit à faire disparaître les courbes fermées entourant les sommets ternaires.

obtenus pendant le refroidissement spontané de l'appareil par rayonnement, avec un flux de chaleur plus faible, et à des températures diminuant de moins en moins vite à partir de 100°. Comme le premier appareil ne comportait

---

Les formes des franges que l'on obtient le plus souvent sont tout à fait analogues à celles de cette *fig.* 14. Mais la cinquième méthode optique,

Fig. 14.



où l'on observe les franges formées entre les deux faces de la lame liquide elle-même, donne seule une telle régularité dans la répétition indéfinie du même motif.

aucun dispositif pour la mesure des températures du liquide et des flux de chaleur, on s'est borné à noter, pour chaque cliché, le temps écoulé depuis la suppression du courant de vapeur dans l'étuve. On a noté aussi l'époque de la solidification, survenue vingt-cinq minutes, à très peu près, après le commencement du refroidissement. Le spermaceti employé se solidifiait à 46°. On a admis que la chute de température de 100° à 46° avait eu lieu, en vingt-cinq minutes, suivant la même loi que la chute observée ultérieurement, en quatre heures environ, pour le second appareil comportant un bloc de fonte épais, au lieu d'un simple plateau. Les valeurs des températures sont donc calculées *a posteriori* et données seulement à titre de renseignement approché.

Les Tableaux ci-après contiennent les résultats des meilleures séries. Les nombres de l'avant-dernière colonne désignent le nombre de franges comptées entre un sommet et un centre de dépression contigus :

I. — *Épaisseur du liquide à* 100° : 0mm,83.

Désignation des clichés.	Époque.	Température.	Nombre de franges.	Différence des cotes.
	m s	o		μ
L_1........	2	93,5	2,5	0,55
M_1, N_1....	2.30	92,0	2,2	0,48
M_2, N_2....	6.30	80,0	1,2	0,26
K_1, L_2....	7.30	77,5	1,0	0,22
K_2.......	15	62,0	<0,1	<0,02

II. — *Épaisseur du liquide à* 100° : 0mm,93.

$\varkappa_1$........	État permanent : vapeur circulant dans l'étuve	99°,5	4,2	4,4	0μ,96
$\varkappa_2$........			4,5		
$\varkappa_3$........			4,4		
$\varkappa_4$........			4,5		

Désignation des clichés.	Époque.	Température.	Nombre de franges.	Différence des cotes.
	m s	o		μ
λ_1........	1	96,7	3,2	0,70
λ_2........	2	93,5	2,5	0,55
λ_3........	3	90,5	1,5	0,33
λ_4........	4	87,2	1,2	0,26
λ_5........	5	84,0	1,0	0,22
λ_6........	6	81,4	0,7	0,15
λ_7........	7	79,0	0,2	0,04
λ_8........	8	76,2	$<$0,1	$<$0,02

III. — *Épaisseur du liquide à* 100° : $1^{mm},20$.

	m s	o		μ
U_1, V_1....	1.30	95,3	8 env.	1,7
ζ_1, ι_2.....	2.30	92,0	4 env.	0,9
$\eta_2, \theta_3, \iota_3$..	3.30	89,0	3 env.	0,65
$\zeta_2, \theta_4, \iota_4$..	4.30	85,4	2,2	0,5
θ_5........	5.30	82,5	1,5	0,3
ζ_3, η_4.....	6.30	80,0	1,0	0,2
η_5........	7.30	77,5	0,7	0,15
η_6........	10	71,5	0,5	0,1

1° Quand on laisse refroidir l'appareil à partir de l'état permanent à 100°, les dépressions diminuent d'abord très vite, puis de plus en plus lentement. Dans les mêmes conditions, comme on le verra, les vitesses linéaires et le flux de chaleur suivent une loi de variation tout à fait parallèle.

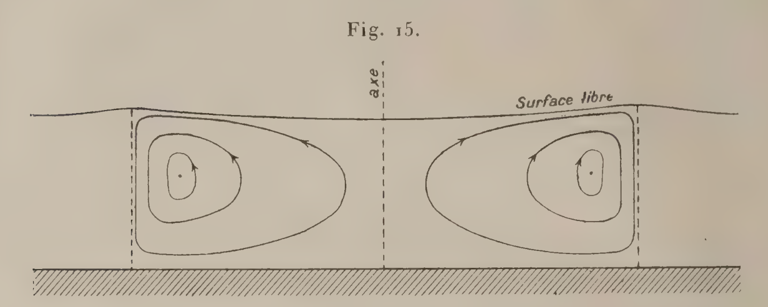
2° Les dépressions relatives semblent croître assez notablement quand l'épaisseur croît. Dans la deuxième série ($e = 0^{mm},93$), la dépression relative maximum est $\frac{1}{1000}$ à 100°. Dans la troisième série ($e = 1^{mm},20$), elle est encore $\frac{1}{700}$ à 95°,3, bien inférieure cependant déjà à sa valeur maximum.

3° Aux faibles épaisseurs, la surface est plane bien avant la solidification, ce qui sera pleinement confirmé par la suite; la circulation continue d'ailleurs, mais très ralentie.

Si l'on veut utiliser les courbes de niveau pour tracer le profil de la surface libre, dans une coupe verticale passant par l'axe de la cellule, on constate qu'il faut amplifier

énormément les différences de cotes pour que le profil soit représentable. C'est ce qui a été fait dans la *fig.* 15, où les différences de cotes sont exagérées 100 fois; à l'échelle de la *fig.* 1, les différences de cotes réelles n'at-

Fig. 15.



teignent pas la dixième partie de l'épaisseur du trait gravé qui figure la surface libre.

Au point de vue des déterminations numériques, il faut remarquer que le voisinage immédiat de la lame de verre, à 1^{mm} environ de la surface libre, modifie certainement le rayonnement superficiel du liquide et, par suite, les vitesses des courants de convection. Les valeurs des dépressions superficielles qui en résultent ne seraient donc pas directement comparables avec les autres résultats numériques qui seront donnés ultérieurement, et qui se rapportent tous à des nappes liquides dont la surface rayonne librement dans l'atmosphère du laboratoire. Cependant les rayons de courbure à l'ombilic concave, déduits de ces clichés de franges, restent tout à fait comparables, au moins comme ordre de grandeur, à ceux qui sont fournis par la quatrième méthode optique, où les mesures se rapportent à une lame rayonnant librement[1].

4. *Dispositifs communs aux trois autres méthodes*

(1) La lame d'air elle-même présente certainement des différences de température et des courants de convection, en relation directe avec la distribution des isothermes dans la nappe liquide; mais même une différence tout à fait inadmissible de 10° entre les divers points de la lame

optiques. — Dans toutes ces méthodes, on s'est servi du second appareil, dont la partie thermo-électrique sera décrite plus loin. La *fig*. 16 reproduit l'ensemble de cet appareil. Il diffère essentiellement du premier : 1° en ce que la cuve est séparée de l'étuve par un bloc cylindrique massif F, de fonte, épais de $7^{cm},5$; et 2° par l'encastrement dans ce bloc, au fond de la cuve, d'un miroir d'acier M, optiquement plan, de $3^{cm},2$ environ de diamètre; le plan coïncide avec celui du reste de la cuve, dont la surface est noircie et mate.

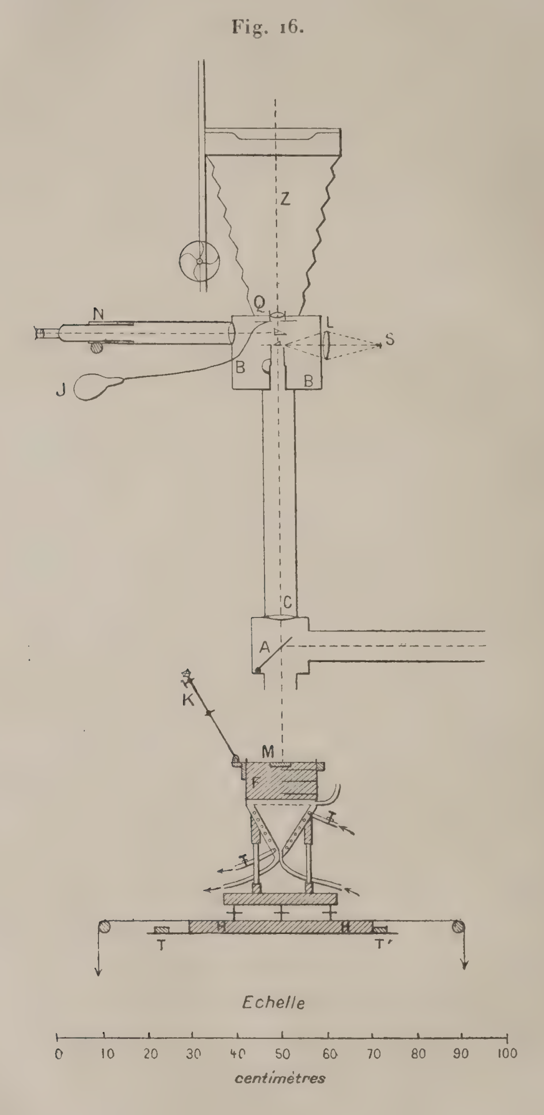
On amène à volonté, dans le champ des divers appareils optiques fixes, soit la partie latérale de la cuve, pour l'étude de la lumière seulement réfléchie par la surface libre du liquide, soit la partie centrale occupée par le miroir d'acier circulaire, ce qui permet l'étude de la lumière réfractée par le liquide (système catadioptrique). Les phénomènes observés ne donnent, dans le premier cas, que des renseignements d'ordre géométrique sur la surface libre; dans le second cas, ils dépendent aussi de la répartition des températures dans l'intérieur de la lame liquide. Nous dirons, pour abréger, que, dans le premier cas, on opère en lumière réfléchie et, dans le deuxième, en lumière réfractée. Pour cela, tout l'appareil thermique, comprenant l'étuve et le bloc, repose, par son socle à vis calantes, sur un plateau massif de fonte H, à faces bien planes, formant chariot, mobile entre glissières à frottement très doux et mis en marche par l'intermédiaire de poulies. La course, de quelques centimètres, est limitée de part et d'autre par des butoirs TT'. Quand on opère en lumière réfractée, c'est-à-dire dans la partie du champ occupée par le miroir d'acier, on a en même temps la lumière réfléchie par la surface libre, mais celle-ci, in-

---

d'air de 1^{mm} d'épaisseur ne donnerait encore qu'un déplacement de $\frac{1}{6}$ de frange. Il n'y a donc pas à s'en préoccuper. Il n'en serait pas de même, évidemment, si la lame d'air avait une épaisseur considérable, de plusieurs centimètres par exemple.

comparablement moins intense, n'est nullement une gêne pour l'observation.

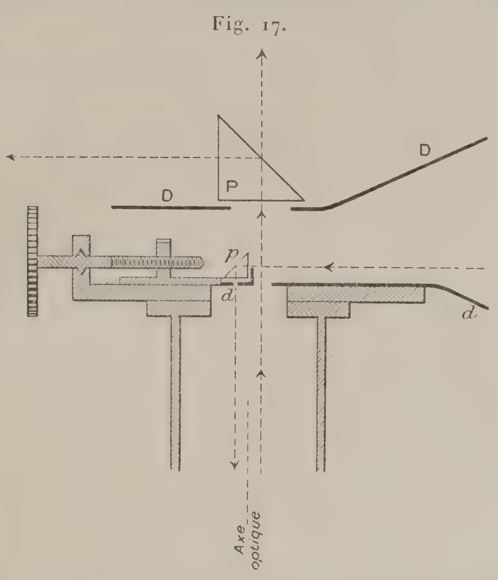
Fig. 16.



Faisceau incident. — La source S, sauf pour les franges d'interférence, est la lumière Drummond. La lentille con-

vergente L, à court foyer, concentre l'image de la pastille de magnésie incandescente sur le petit prisme fixe à réflexion totale *p*, représenté en grandeur naturelle, *fig.* 17. Ce prisme est diaphragmé à l'aide d'un écran *d*

Fig. 17.



Grandeur naturelle (détail de la *fig.* 16).

en métal mince, percé d'une ouverture circulaire de 1^{mm} de diamètre, placé exactement dans le plan focal de la lentille collimatrice C (*fig.* 16). Cette lentille C, achromatique, de 60^{cm} de distance focale, de $6^{cm},2$ de diamètre, provenait du collimateur d'un grand théodolite Brünner. Le tube cylindrique de ce collimateur a son axe géométrique en coïncidence parfaite avec l'axe optique de la lentille, que l'on règle rigoureusement vertical.

L'un des biseaux de la fente du collimateur a été conservé avec sa vis de rappel et sert de support au prisme *p* qui y a été collé. L'autre biseau est enlevé, mais la glissière sert à guider le diaphragme *d* en métal mince. Le prisme est réglé de façon que sa face verticale con-

tienne exactement l'axe optique de la lentille collimatrice C. Le centre du trou du diaphragme est à $0^{cm},15$ de cet axe. L'incidence sur un miroir plan horizontal est donc $\frac{0,15}{60} = \frac{1}{400}$, soit de $9'$ environ. Dans ce cas, l'image obtenue par autocollimation est un petit disque (de 1^{mm} de diamètre) symétrique de l'ouverture du diaphragme par rapport à la face verticale du petit prisme. Tous ces réglages s'exécutent avec précision, par des procédés faciles à imaginer, en employant un bain de mercure comme miroir. La petite lame de métal mince noircie, formant diaphragme, présente une fenêtre rectangulaire large de quelques millimètres pour laisser passer le faisceau de retour. Enfin le petit volet noirci pratiqué pour découper cette fenêtre est relevé verticalement pour protéger l'arête vive de l'angle droit du prisme qui, sans cette précaution, diffuserait vivement la lumière incidente.

Systèmes optiques récepteurs. — La lumière réfléchie par le miroir d'acier ou par la surface libre du liquide peut être reçue dans trois systèmes optiques différents.

I. Au-dessous de la lentille collimatrice C, une glace plane A, à faces parallèles, inclinée à 45°, renvoie la lumière réfléchie sur l'axe optique rigoureusement horizontal d'une lunette dont l'objectif est fixe et l'oculaire mobile, sur un porte-fiche d'un banc d'optique [1]. Objectif et tube sont ceux de la lunette du même théodolite de Brünner. L'objectif de 60^{cm} de distance focale, identique à la lentille C, est à une distance de 131^{cm} de l'axe vertical du faisceau éclairant. La course de l'oculaire, le long de la règle divisée du banc d'optique, permet à la lunette d'explorer tous les plans horizontaux de $-\infty$ à $+60^{cm}$ environ, en prenant pour 0 la cote du plan du miroir. On a déterminé empiri-

[1] Cette partie de l'appareil n'a pas été représentée dans la *fig.* 16, où l'on a supprimé aussi les supports, les diverses cloisons opaques à l'intérieur de la boîte hermétique B, etc.

quement, en mettant au point différents plans de cotes connues, la distance focale et le centre optique de la lentille infiniment mince équivalente à l'objectif Brünner. La formule résultant de ces déterminations donne les cotes h des plans horizontaux conjugués, pour chaque position D lue sur le banc d'optique, du porte-fiche oculaire :

$$h = 154^{cm},8 - 59,3\frac{D+59,5}{D+0,3}\ (^1).$$

II. Le faisceau vertical de retour, après avoir retraversé la lentille C, passe, dans sa partie la plus étroite, par la fenêtre rectangulaire de l'écran d, en métal mince, puis par l'ouverture d'un second diaphragme plus large, circulaire, D, destiné à éliminer toute lumière étrangère provenant du faisceau incident SL. Immédiatement au-dessus, se trouve le prisme à réflexion totale P isoscèle rectangle, que l'on peut escamoter à l'aide d'une tirette mobile dans une glissière fixe, perpendiculaire au plan de la figure. Quand il est en place, ce prisme renvoie le faisceau lumineux horizontalement dans la lunette N (faisceau II). La

(1) La glace à 45°, épaisse de 2^{mm}, a l'inconvénient de donner deux images d'intensités presque égales. Le calcul donne pour ces intensités, en lumière naturelle, celle de la lumière incidente verticale étant prise pour unité :

Première image.......	0,0498	Rapport 1,22
Seconde image........	0,0408	

C'est sensiblement le rapport observé. On augmente l'inégalité, mais bien peu, en ne recevant que la lumière polarisée dans le plan d'incidence.

Un système de deux prismes aigus identiques, opposés et suffisamment écartés, permettrait, substitué à la lame à faces parallèles, de n'avoir qu'une seule image dans le champ de la lunette horizontale, mais la complication des réglages a paru compenser et au delà le petit ennui résultant du dédoublement. D'ailleurs, le faisceau I ne sert qu'aux mesures de rayons de courbure, déduites de la mise au point des foyers et des lignes focales. Le déplacement calculé en profondeur entre les deux images est de 1^{mm} au plus : pratiquement, elles sont au point en même temps.

course de l'oculaire permet seulement la mise au point des plans horizontaux de cotes comprises entre $+ 20^{cm}$ et $- 20^{cm}$ environ. Ce faisceau II, qui donne des images non doublées, a servi :

1° A l'observation des franges d'interférence formées entre les deux faces de la lame liquide elle-même, en lumière monochromatique. Ces franges fournissent le mode de réglage le plus précis de l'horizontalité du miroir, et, par suite, de l'épaisseur uniforme du liquide (cinquième méthode optique);

2° A la mesure des périodes, objet de la troisième Partie. Dans ce but, la lunette, munie d'un oculaire très grossissant, est mise au point sur la lame liquide elle-même; le miroir d'acier présente un disque brillant uniformément éclairé, sur lequel se détachent en noir les quelques grains de poussière incorporés;

3° A la vérification de l'état de la surface libre aussitôt avant ou aussitôt après chaque photographie, par exemple pour le relief (troisième méthode) ou pour les lignes focales (quatrième méthode). En ouvrant à l'avance l'obturateur photographique, le prisme P lui-même peut fonctionner comme obturateur pour les poses supérieures à $0^s,2$. Ce dispositif a été surtout précieux pour l'étude de l'état variable, car il permet de photographier les phénomènes fugitifs intéressants juste à l'instant où ils se produisent ([1]).

III. Enfin, quand le prisme P est escamoté, le faisceau vertical est reçu par l'objectif photographique Q, à axe vertical. Divers objectifs simples ont été employés. Les grossissements sont faibles, à cause de la grande distance focale de la lentille C. Un objectif de 20^{cm} de foyer permet, dans les limites de course de la crémaillère, la mise au point des plans de cotes comprises entre $- 150$ à $+ 80$; ce sont les

([1]) Pour l'état variable, voir *Revue générale des Sciences, loc. cit.*

seuls utiles en général. Dans les mêmes limites, le grossissement linéaire varie de 0,25 à 0,50. Un objectif de 25cm donne, pour la lame liquide elle-même, le plus fort grossissement possible, qui est de 0,6 environ.

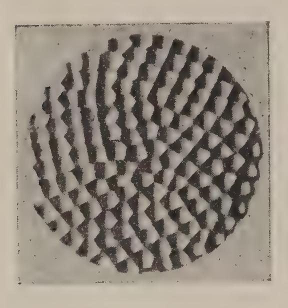
5. *Troisième méthode optique. Relief de la surface libre en éclairage cylindrique.* — La lunette (II), pour l'observation directe, ou l'objectif (III), pour la photographie, sont mis au point sur la surface même de la nappe liquide. On peut opérer soit en lumière réfléchie, soit, mieux, en lumière réfractée.

Prenons le régime hexagonal parfaitement régulier et admettons que la lumière incidente soit rigoureusement parallèle. Si l'on appelle *homologues* d'un point de la surface libre tous les nœuds du plan réticulaire dont ce point est lui-même un nœud, tous les points homologues donnent des rayons réfléchis (ou émergents) parallèles, qui convergent en un même point dans le plan focal de la lentille C. Au lieu d'un disque bien limité de 1mm de diamètre, égal au diaphragme, l'image conjuguée est une tache un peu plus grande à contours estompés. Si, dans ce plan focal, on déplace progressivement un petit écran opaque à bord rectiligne, de façon à venir couper le faisceau de retour dans sa partie rétrécie, on supprime d'abord les rayons les plus inclinés dans la direction correspondante. Le résultat est identique à celui que donnerait un éclairage oblique rasant, en lumière parallèle, puisque tous les points homologues des cellules sont également affectés.

Le résultat est saisissant (*fig.* 18 et 19), mais il faut, comme pour tous les reliefs, savoir dans quel *sens* il faut voir les creux et les bosses. La surface de chaque cellule forme une cuvette presque régulièrement de révolution dans la plus grande partie de son étendue : les thalwegs sont invisibles ; ces cuvettes concaves sont raccordées par un réseau polygonal de crêtes convexes qui, avec l'exagé-

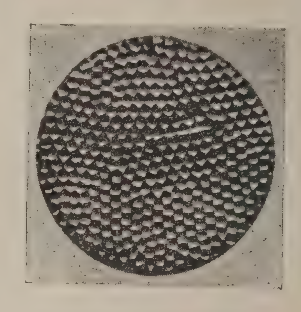
ration du relief, paraissent des arêtes vives rectilignes, limites brusques d'ombre et de lumière, bien qu'elles aient encore en réalité des rayons de courbure notables, de l'ordre de 10^{cm}. La sensibilité de ce procédé est extrême; avec les valeurs numériques indiquées, il met encore en

Fig. 18.



Grandeur naturelle.
Temp. : 100° env. — $e = 0^{mm},770$.

Fig. 19.



Grandeur naturelle.
Temp. : 90°. — $e = 0^{mm},450$.

évidence, par une légère pénombre, des différences de cotes $< 0^{\mu},01$, que les franges d'interférence n'accuseraient plus d'une façon nette.

Cette méthode, au moins en lumière réfléchie, n'est autre que l'application à une surface presque plane du procédé employé par Foucault pour les retouches locales des petits défauts d'un paraboloïde de révolution et proposé par lui-même pour le travail optique du plan [1]. Son emploi, dans le cas actuel, est surtout avantageux en lumière réfractée, où l'intensité est beaucoup plus grande.

6. *Quatrième méthode optique. Foyers et lignes focales de la surface libre, par réflexion et par réfrac-*

---

(1) Mémoire cité (*Ann. de l'Obs. de Paris,* t. V, 1858), reproduit dans le *Recueil des travaux scientifiques de Foucault.* (Gauthier-Villars, 1878.) La même méthode a été appliquée par Töpler, et récemment par R.-W. Wood, à la photographie des ondes sonores. (*Phil. Mag.,* t. XLVIII, p. 218; 1899, et t. L, p. 148; 1900.)

tion. — Cette méthode n'a pu donner de mesures bien précises des rayons de courbure de la surface libre, mais elle a eu le grand intérêt de fournir un tracé optique extrêmement délicat du réseau polygonal des lignes de faîte, par un trait lumineux d'une intensité et d'une finesse incomparables. C'est le procédé qui a été seul employé pour les mesures précises de dimensions qui font l'objet de la quatrième Partie de ce Travail.

Le dispositif optique a été décrit : le faisceau I réfléchi horizontalement était spécialement destiné à cette étude; la lunette Brünner, avec son oculaire de plus d'un mètre de course sur le banc d'optique, permet, en effet, comme on l'a vu, d'explorer le faisceau réfléchi par la nappe liquide ou par le miroir d'acier dans tous les plans de cotes comprises entre $-\infty$ au-dessous jusqu'à $+60^{cm}$ environ au-dessus.

En lumière réfléchie, on pourra mettre au point en particulier les foyers réels des miroirs concaves formés par les ombilics, et les lignes focales virtuelles des miroirs convexes cylindriques formés par les crêtes. En lumière réfractée, on aura les foyers virtuels des lentilles circulaires biconcaves (lentilles plan-concaves doublées par réflexion sur le miroir d'acier) formées par la portion axiale de chaque prisme cellulaire, et les lignes focales réelles des lentilles cylindriques biconvexes formées par les crêtes.

Au point de vue de la netteté, les résultats ont été excellents, surtout pour les lignes focales des crêtes obtenues par réfraction (*fig.* 24, 25 et 26). Malheureusement, la mesure des rayons de courbure n'a pu être faite avec précision.

1° **Ombilics concaves.** — Les cuvettes concaves peuvent être regardées, en première approximation, comme des miroirs hyperboliques, car le rayon de courbure croît très vite quand on s'éloigne du centre, pour devenir infini un

peu avant les crêtes convexes. La discussion des aberrations montre qu'une telle forme est particulièrement défavorable pour la définition d'un foyer net : sur une très grande longueur, le faisceau réfléchi présente une section rétrécie à peu près constante sans minimum bien localisé ; quand on explore les différentes régions de ce faisceau, en déplaçant l'oculaire sur le banc d'optique, les taches rondes restent nettes, en effet, dans une grande étendue du déplacement. Il faudrait, pour avoir exactement le foyer du miroir sphérique osculateur à l'ombilic, diaphragmer individuellement chaque cellule considérée comme miroir ou comme lentille, ce qui a paru tout à fait impraticable, étant données les faibles dimensions des cellules et l'importance que prendrait la diffraction par les bords mêmes des diaphragmes. Dans les deux cas, l'absence de diaphragme tend à augmenter la longueur des distances focales. Les aberrations étant d'importance très inégale pour le miroir et pour la lentille, les résultats moyens qu'on pourrait déduire de l'un et de l'autre ne correspondent même pas. Un seul exemple suffira :

$e = 0^{mm},755$. — *Régime permanent à* 100°.

Ombilics.	Distances focales.	Rayon de courbure qui en résulte.
Miroirs concaves....	De $+35^{cm}$ à $+45^{cm}$	De 70^{cm} à 90^{cm}
Lentilles biconcaves.	De -30^{cm} à -50^{cm}	De 30^{cm} à 50^{cm}

(Pour le calcul des foyers de lentilles, on a pris $n = 1,5$.)

On voit qu'il n'est même pas permis d'en déduire une moyenne approchée. Comme, d'après ce qui précède, la limite inférieure serait préférable, il est probable que le rayon de courbure à l'ombilic même est de l'ordre de 30^{cm}.

2° **Crêtes cylindriques.** — Ici encore, une interprétation

simple des formules des miroirs et des lentilles ne suffit pas à rendre compte des données numériques fournies par la mise au point la plus nette. Les phénomènes de diffraction sont encore plus complexes : de part et d'autre de la crête presque vive qui sépare deux cuvettes, on a deux versants assimilables à des plans inclinés. Le dispositif optique adopté est précisément favorable à la production des franges des miroirs de Fresnel, par réflexion, de celles du biprisme par réfraction. La lumière réfléchie est trop faible pour qu'on puisse chercher les premières, mais, dans le champ occupé par le miroir d'acier, on a très facilement les secondes : les crêtes brillantes sont accompagnées d'une ou deux franges noires de chaque côté. En général, la frange centrale blanche est seule visible.

On conçoit donc facilement que la mise au point la plus satisfaisante du réseau polygonal, qui donne cependant un trait lumineux comme tracé au tire-ligne, puisse ne pas du tout correspondre au foyer géométrique de la crête cylindrique supposée diaphragmée.

Dans les mêmes conditions que plus haut, ces lignes focales donnent :

	Distance focale.	Rayon de courbure ($n = 1,5$).
Lentilles biconvexes..	$+10^{cm}$ à 15^{cm}	10^{cm} à 15^{cm}

En valeur relative, les rayons obtenus en lumière réfractée pour les ombilics concaves d'une part, et pour les crêtes d'autre part, concordent bien avec la forme du profil que donnent les franges. On peut donc admettre, pour le flux thermique maximum à 100° :

Ombilics concaves.

Rayon de courbure minimum ..... 30^{cm} à 50^{cm}

Crêtes convexes.

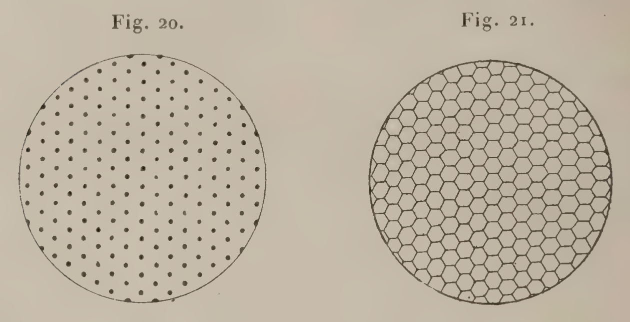
Rayon de courbure minimum ..... 10^{cm} à 15^{cm}

Étant donné le peu de précision des résultats, il a paru

inutile d'appliquer la méthode à des mesures comparatives effectuées pendant le refroidissement. Le rayon de courbure de l'ombilic s'élève vite à des valeurs de l'ordre de 200^{cm}. Les renseignements donnés par les franges d'interférence suffisent à montrer les variations de ces courbures dans leur allure générale.

Les *fig.* 20 et 21 reproduisent en négatif, l'une les

Fig. 20. Fig. 21.



Grandeur naturelle (d'après le cliché H.-7).
Temp. : 61°,36. — Épaisseur : $0^{mm},640$.

foyers ponctuels des ombilics concaves en lumière réfractée, et l'autre le réseau polygonal de lignes focales données par les crêtes également en lumière réfractée ([1]).

7. *Cinquième méthode optique : Franges d'interférence entre les deux faces de la lame liquide elle-même. Distribution des isothermes.* — Le dispositif optique est encore le même; seulement la source de lumière est monochromatique comme dans la seconde méthode : c'est une des raies de l'arc au mercure dans le vide. Les deux faisceaux interférents, l'un réfléchi par la surface libre et l'autre par le miroir d'acier, sont d'intensités très diffé-

([1]) Ces deux figures ont été calquées sur des clichés qui présentaient trop peu d'opposition pour supporter la reproduction en photogravure. Elles ont été ramenées à la grandeur naturelle. Ce sont certainement, de toutes les photographies effectuées, celles qui réalisent avec le plus de perfection la symétrie hexagonale du régime permanent.

rentes. Les franges présentent donc peu d'opposition ([1]).

Pour les interpréter, il faut tenir compte à la fois des différences d'épaisseur de la lame liquide et des différences d'indice dues à la distribution permanente d'isothermes. Soit n_0 l'indice du liquide à la température T_0; la variation d'indice peut être regardée comme linéaire dans un intervalle de température $T - T_0$ peu étendu :

$$n = n_0[1 - \beta(T - T_0)].$$

En un point du plan horizontal où e désigne l'épaisseur de la nappe liquide et T sa température moyenne sur la verticale de ce point, la différence de marche entre les deux faisceaux interférents, correspondant à la frange d'ordre m, sera donnée par

$$2n_0e[1 - \beta(T - T_0)] = m\lambda.$$

Quand le miroir d'acier, optiquement plan, a été réglé rigoureusement horizontal, ces franges offrent une régularité parfaite, dans le cas où le réseau est composé d'hexagones réguliers bien alignés. La superposition d'un léger relief (troisième méthode optique) permet de rendre les contours des cellules visibles en même temps. L'ensemble qui en résulte, avec le même motif répété indéfiniment, constitue une véritable récréation pour l'œil : on a, pour ainsi dire, la superposition d'une carte en courbes de niveau et d'une carte en relief ([2]).

Les formes des franges sont presque identiques à celles décrites pour les courbes de niveau de la surface libre, et

---

([1]) Le rapport calculé des intensités est 12 environ pour l'incidence normale, en négligeant l'absorption que subit le second faisceau à travers le liquide.

([2]) Il est inutile, même avec des différences de marche de cet ordre (3^{mm}), d'éliminer toutes les raies du mercure, sauf une, à l'aide d'absorbants convenables. Les franges, avec des variations continues de nuances, restent parfaitement visibles, grâce au très petit nombre de raies intenses de la source.

représentées *fig.* 13 : courbes fermées, à symétrie senaire, mais à peine différentes de cercles, concentriques aux ombilics concaves, et courbes fermées triangulaires entourant les sommets ternaires. Malheureusement, ces franges, bien que beaucoup plus régulières, sont encore plus difficiles à immobiliser que celles de la lame d'air, précisément parce que la surface libre n'est pas protégée contre les courants d'air, comme elle l'était par une lame de verre placée à 1^{mm} environ au-dessus du liquide. Les vibrations irrégulières qui les agitent sont légères, mais continuelles, et n'ont pas permis de les photographier.

Distribution des isothermes. — Il est impossible de connaître exactement la distribution des isothermes à l'intérieur de la nappe, mais il est évident que l'axe de la cellule est la verticale dont la température moyenne est la plus élevée, et que la verticale passant par un sommet ternaire est celle dont la température moyenne est la plus basse [1].

D'après cela, on s'est borné à compter le nombre p de franges comprises entre un centre de dépression et un sommet contigu. Désignons par e_1, e_2 les épaisseurs en ces points et par T_1, T_2 les températures moyennes sur les verticales correspondantes ; on aura

$$(1) \qquad 2n_1(e_2 - e_1) + 2n_1\beta e_2(T_1 - T_2) = p\lambda.$$

Dans les mêmes conditions, les courbes de niveau obtenues par la deuxième méthode optique donnent q franges entre un centre de dépression et un sommet contigu :

$$(2) \qquad 2(e_2 - e_1) = q\lambda.$$

De ces deux équations, on tire $T_1 - T_2$.

---

[1] Une observation très délicate donne seulement la *distribution des isothermes superficiels*. Quand le liquide se refroidit très lentement jusqu'à sa température de solidification (vers 47°), les *courbes de solidification isochrone* rappellent tout à fait les courbes de niveau de la *fig.* 13. La solidification (pâteuse) commence aux sommets, par des courbes ternaires, et se termine aux ombilics concaves par des courbes circulaires.

On a compté à 100°, pour une épaisseur de $0^{mm},80$,

$$p = 6 \quad \text{à 1 frange près.}$$
$$q = 3,5 \quad \text{à 0,5 frange près.}$$

En prenant $n_1 = 1,45$ et $\beta = 0,00025$, on en déduit

$$T_1 - T_2 = 0^c,7 \pm 0^o,6.$$

On peut donc simplement conclure de cette comparaison que les écarts extrêmes de température entre les différents points de la nappe liquide sont au plus de l'ordre de 1°; il est possible qu'ils soient encore bien plus faibles.

La température moyenne de la nappe mince liquide ne diffère pas de plus de 1° de la température de la couche immédiatement adhérente à la paroi du fond.

TROISIÈME PARTIE.

MESURES D'ORDRE CINÉMATIQUE (MESURES DE PÉRIODES).

1. *Procédé général.* — Le dispositif optique employé pour les mesures de périodes sur chacun des filets fermés a déjà été décrit : à l'aide de la lunette N (*fig.* 16), on vise la lame liquide elle-même, éclairée vivement par la lumière que réfléchit le miroir d'acier, et l'on suit, en projection horizontale, le mouvement des petits grains de poussière incorporés qui se détachent en noir sur le fond lumineux. On rend visibles en même temps les formes des cellules en produisant un léger relief par la troisième méthode optique.

Les particules solides doivent être très légères, mais en très petit nombre : s'il y en avait trop à la fois de mobiles dans une même cellule, on ne pourrait en suivre une sans confusion. Des grains trop petits sont, d'autre part, diffi-

ciles à pointer. Les grains de lycopode de diamètre uniforme (20^{μ} environ) conviennent très bien. On s'est quelquefois contenté des poussières provenant de l'atmosphère, incorporées par hasard, mais alors beaucoup de corpuscules ont la forme d'un filament (débris d'étoffes, etc.). Bien que leur mouvement soit d'une interprétation plus complexe, quand le fil empiète sur plusieurs filets de périodes différentes, ou même occupe plusieurs azimuts, ils ont l'avantage d'être extrêmement légers et de rester longtemps en suspension, dans la période de refroidissement, quand tous les grains proprement dits sont déposés depuis longtemps.

2. *Permanence du mouvement. Isochronisme.* — Même pendant le régime permanent, il est difficile de trouver des corpuscules qui décrivent exactement la même trajectoire pendant un nombre considérable de périodes. Le plus souvent, le grain est plus dense que le liquide; il reste très longtemps dans le même azimut ([1]), mais il n'y décrit pas une trajectoire rigoureusement fermée : il passe sur des filets de plus en plus longs et décrit en réalité une spirale à spires extrêmement serrées, par un mécanisme qui a déjà été étudié dans la première Partie de ce travail (*fig.* 6). Comme les différents filets n'ont pas des périodes identiques, le balancement du corpuscule, observé en projection horizontale, n'est isochrone que si la trajectoire a une longueur constante.

Toutefois, avec des grains légers, cet isochronisme peut rester excellent pendant un grand nombre de périodes. En voici un bon exemple :

([1]) J'ai pu suivre pendant une heure deux grains de lycopode qui étaient par hasard, au début, dans le même azimut : ils y sont restés, avec des périodes différentes d'ailleurs, pendant 3000 périodes environ; il n'y avait que ces deux grains dans toute la cellule. On pouvait déterminer, par la méthode des coïncidences, le rapport de leurs périodes.

État permanent à 100°. — Épaisseur : $e = 0^{mm},775$.

Nombre de périodes.	Chronomètre.	Différence.	Trajectoire.
0	53,1 s		
		11,6 s	Très courte et très uniforme.
10	64,7		
		11,3	
20	76,0		
		11,4	
30	87,4		
		11,6	
40	99,0		
		11,4	
50	110,4		
		11,5	
60	121,9		
Période moyenne...		1,147	

Pour ces mesures, l'observateur ne quitte pas la lunette : il compte les oscillations et presse le bouton du chronomètre à pointeur, toutes les dix oscillations par exemple. Un aide fait les lectures à $0^s,1$ près, les inscrit et remet l'aiguille en marche. On a pris l'habitude de noter, pour chaque série de 10 oscillations, la longueur moyenne approchée de la trajectoire telle qu'on la voit, c'est-à-dire en projection horizontale. Ces évaluations, nécessairement peu précises, sont faites en dixièmes du rayon correspondant, c'est-à-dire que l'on prend pour unité la dimension horizontale du rectangle enveloppant tous les filets de l'azimut considéré.

Exemple d'une série à trajectoire variable; $e = 1^{mm},06$.

Périodes.	Chronom.	Diff.	Trajectoire.	
0	9,8 s			
		23,2	0,5	La trajectoire s'allonge lentement.
10	33,0			
		24,0	0,5 à 0,6	
20	57,0			
		25,3	0,6	
30	82,3			

On voit que la remarque de la dernière colonne a été confirmée par l'accroissement des périodes. Toutefois, ces appréciations de longueurs ne sont pas toujours exactes à $0^s,1$ près.

Ces deux exemples suffiront à indiquer le caractère de ces mesures. Seule, une méthode d'enregistrement chronophotographique pourrait donner des renseignements plus précis, mais l'installation optique réalisée, points noirs mobiles sur fond lumineux, ne s'y prêtait pas facilement.

3. *Distribution des périodes sur les divers filets.* — En premier lieu, c'est en utilisant les renseignements que donne ce mode d'observation qu'a été dessinée la *fig.* 1, qui représente une coupe dans l'azimut commun à deux cellules contiguës (c'est-à-dire l'azimut perpendiculaire à deux côtés opposés de l'hexagone) : le point immobile, autour duquel tournent les filets, est effectivement aux $\frac{4}{5}$ environ de la distance totale entre l'axe et la paroi.

Dans le Tableau suivant, on a réuni les données expérimentales concernant la relation entre la longueur des filets et leur période, sans distinction d'azimuts. On n'a gardé que les séries qui avaient été notées comme excellentes au point de vue de l'isochronisme.

Régime permanent à 100° { *Épaisseur*............ $e = 1^{mm},06$, *Diamètre des cellules.* $\lambda = 4^{mm},24$. }

Trajectoire.	Période.	Vitesse ang. moy.	Vitesse linéaire moy. en cm. par sec.
<0,1	1,50 s	4,19	»
0,1	1,59	3,95	0,04
0,2	1,90	3,31	0,07
0,3	1,98	3,17	0,10
0,4	2,22	2,83	0,11
0,5	2,32	2,70	0,14
0,6	2,52	2,49	0,15
0,8	2,86	2,20	0,18
0,9	2,94	2,14	0,20

Les vitesses angulaires moyennes sont donc de plus en plus faibles, à mesure que la trajectoire s'allonge, mais les

vitesses linéaires moyennes croissent encore très notablement. De plus, on a noté que, pour cette épaisseur, l'inégalité de durée de parcours des deux moitiés supérieure et inférieure de la trajectoire, causée par le frottement contre la paroi du fond, est très faible tant que les trajectoires sont plus courtes que 0,5. Ce n'est que de 0,6 à 0,9 que ce ralentissement inférieur devient de plus en plus notable. La *fig.* 1 a été dessinée en tenant compte de ces données : les filets courts, jusqu'à 0,5, sont à peu près symétriques dans leurs parties supérieure et inférieure; les filets longs, serrés dans leur partie supérieure, s'écartent les uns des autres dans la partie inférieure. En se déplaçant sur la verticale passant par le point immobile, on rencontre un maximum de vitesses linéaires, environ à mi-hauteur entre la paroi du fond et le point immobile. Ce dernier est donc notablement au-dessus du plan horizontal moyen.

4. *Influence de l'épaisseur* (*régime permanent à* 100°). — Il suffit de faire porter la comparaison sur les périodes minimum. On a trouvé, pour deux épaisseurs différentes :

	Épaisseurs.		Période min.	Vit. ang. max.
	mm		s	
	$e = 1,060$		1,50	4,19
	$e = 0,755$		1,05	5,98
Rapp.	1,40	Rapp.	1,43	

En se bornant aux filets les plus courts qui entourent le point immobile, on voit que la vitesse angulaire est inversement proportionnelle à l'épaisseur. On en conclut que sur des filets homologues (c'est-à-dire dont la longueur est mesurée, en projection horizontale, par la même fraction du demi-diamètre cellulaire pris pour unité), les vitesses linéaires moyennes sont sensiblement identiques. Il est bien évident qu'une telle loi ne peut être que grossièrement approchée, car le frottement contre la paroi du fond s'oppose à ce que filets et vitesses restent *semblables*, quand l'épaisseur varie.

5. *Influence du flux et de la température.* — Les mesures thermiques effectuées pendant le refroidissement lent du bloc de fonte seront décrites en détail dans la quatrième Partie de ce Travail. La température T_4 est celle du fond de la cuve, et les différences $T_1 - T_3$ sont des nombres proportionnels au flux vertical uniforme. Ces nombres sont déduits de mesures galvanométriques très précises. Le refroidissement de 100° à 50° dure quatre heures environ, et le dispositif est tel que toute la chaleur s'écoule à travers le liquide, c'est-à-dire que le flux de chaleur reste vertical, uniquement dirigé de bas en haut.

Les mesures de périodes sont encore plus pénibles qu'à 100°, car il ne reste bientôt plus en suspension que des particules extrêmement fines, difficiles à suivre. A la fin, il n'y a plus de mobiles que des filaments légers.

D'une longue série d'observations faites avec l'épaisseur $1^{mm},06$, on n'a conservé que les valeurs rapportées à des trajectoires très courtes; pour rendre les périodes comparables, il faudrait leur faire subir une correction qui tendrait encore à diminuer les écarts entre les nombres de la dernière colonne. Ces nombres sont proportionnels au quotient du flux par la vitesse linéaire.

Régime lentement variable. — Épaisseur : $e = 1^{mm},06$.

Époque.	T_4.	$T_1 - T_3$.	Traj.		Période.	Vit. ang. moy.	Période ×(Flux).
m	o	o			s		
16	92	0,45	0,2		1,80	3,49	81
46	81	0,37	0,1		1,92	3,27	71
61	76	0,33	0,1		2,46	2,55	81
75	69	0,29	0,3		2,84	2,22	82
95	64	0,27	0,2	Filaments.	3,13	2,01	81
106	60,5	0,25	0,2	Filaments.	3,30	1,90	83
150	53	0,20	0,3	Filaments.	4,92	1,26	98
180	50	0,14	0,2	Filaments.	7,04	0,89	98
État perm. (1).	98	1,35	$<0,1$		1,50	4,19	101

(1) Dans l'état permanent, le flux à travers la nappe liquide est mesuré

L'indication qui en résulte est nette : Le flux de chaleur transporté est proportionnel à la vitesse angulaire sur les filets courts, c'est-à-dire, si l'on veut, à la vitesse linéaire en un même point [1].

6. *Énergie cinétique du mouvement permanent.* — A 100°, sous l'épaisseur de 1^{mm}, une intégration graphique approchée donne 10^{-4} ergs comme ordre de grandeur de la demi-force vive totale de chaque cellule ; il y en a, dans ces conditions, à peu près huit par centimètre carré.

D'autre part, les mesures thermo-électriques décrites dans la quatrième Partie permettent d'évaluer l'énergie transportée par seconde par les courants de convection et cédée à l'atmosphère environnante. Cette comparaison montre que chaque cellule transporte par seconde une quantité d'énergie environ 10^9 fois plus grande que son énergie cinétique constante, soit environ 10^{-2} joules par seconde.

QUATRIÈME PARTIE.

MESURE DES DIMENSIONS DES CELLULES PAR UN PROCÉDÉ OPTIQUE ET MESURES THERMIQUES SIMULTANÉES (TEMPÉRATURE ET FLUX DE CHALEUR). RELATIONS NUMÉRIQUES.

1. *Dispositifs thermo-électriques.* — Dans le second

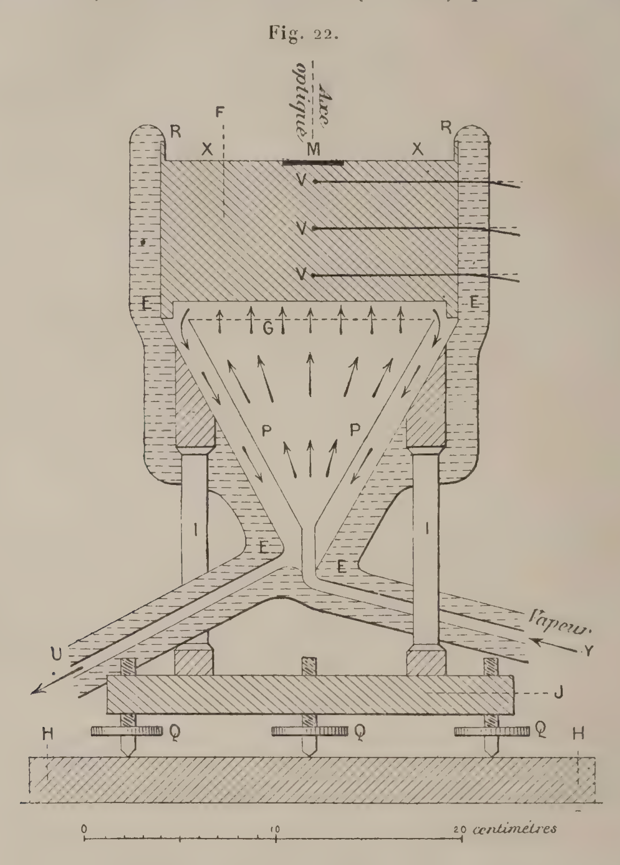
---

par $K\frac{T_1-T_3}{5}$; pendant le refroidissement du bloc, il est mesuré par $K\frac{2(T_1-T_3)}{5}$ (*voir* à la quatrième Partie), K étant le coefficient de conductibilité de la fonte.

[1] Même restriction que plus haut sur la précision et la généralité d'une telle loi. Il est bien évident que si la valeur de la période minimum est la mieux définie expérimentalement, elle ne renseigne que très imparfaitement sur les vitesses périphériques qui, presque seules, importent au point de vue du flux de chaleur transporté. Si l'on admet la similitude cinématique, on a cet énoncé remarquable : *La chaleur transportée par la nappe est proportionnelle à la vitesse avec laquelle sa surface libre se renouvelle.*

appareil (*fig.* 22), le plateau de laiton, qui formait le fond de la cuve primitive, est remplacé par un cylindre massif de fonte F, de même diamètre ($15^{cm},6$) que cette cuve,

Fig. 22.



mais épais de $7^{cm},5$. Il porte seulement deux petites pièces en ébonite (non représentées sur la figure) : l'une est le support de l'axe du levier destiné à la mesure des épaisseurs; l'autre constitue une petite plate-forme où repose librement la pointe de la vis du levier. La paroi latérale R de la cuve, et une couronne inférieure qui sert à visser le cylindre sur l'étuve, ont été tournées d'une seule pièce

avec lui. La paroi latérale du bloc et l'étuve sont protégées contre le rayonnement par plusieurs couches de feutre épais, et l'ensemble, y compris toutes les tubulures métalliques, est soigneusement emmailloté d'ouate.

Trois trous cylindriques de $0^{cm},15$ de diamètre viennent se terminer exactement sur l'axe vertical du bloc en V, V, V; leurs axes sont horizontaux, équidistants et situés respectivement à $1^{cm},25$, $3^{cm},75$ et $6^{cm},25$ au-dessus de la face inférieure du mur de fonte. On désignera les températures respectives de ces trois points de l'axe vertical du bloc par T_1, T_2 et T_3.

Le miroir d'acier optiquement plan M, épais de $0^{cm},25$ environ, est simplement posé dans une cavité d'égale profondeur, au fond de laquelle il adhère parfaitement. Le diamètre de la cavité ne dépasse que de $0^{mm},05$ celui du miroir. La tranche du miroir et la cavité sont très légèrement tronconiques. La petite différence entre les conductibilités thermiques de la fonte et de l'acier n'altère l'homogénéité du *mur* que d'une façon insignifiante.

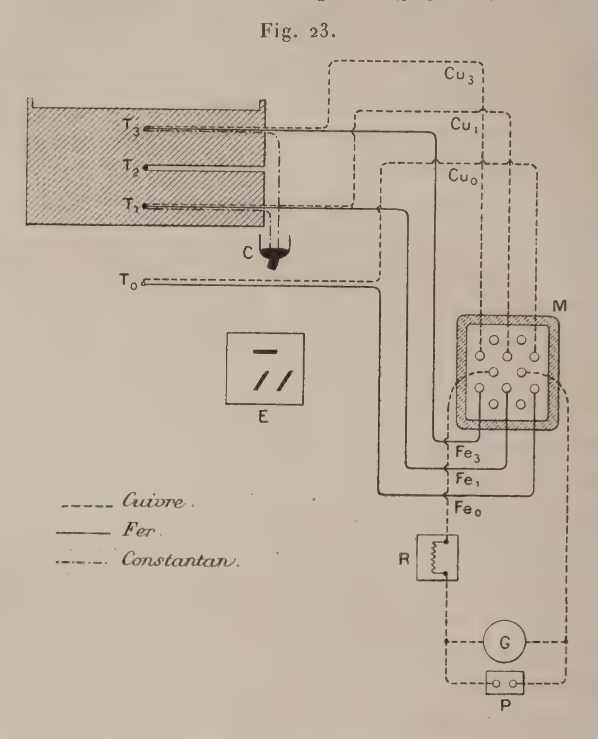
2. *Couples thermo-électriques.* — On a employé des couples fer-cuivre pour déterminer à chaque instant la température T_1 du trou de sonde inférieur. L'autre couple du circuit est maintenu à une température fixe qui sera désignée par T_0, mais qui a toujours été, en fait, très voisine de 100°.

Pour mesurer la différence de température $T_1 - T_3$ entre les deux trous de sonde extrêmes situés exactement à 5^{cm} de distance verticale l'un de l'autre, une plus grande sensibilité est nécessaire : on a utilisé des couples fer-constantan.

Trois couples fer-cuivre indépendants ont été construits aussi identiques que possible, en fil recouvert de soie de $0^{mm},5$ de diamètre (40^{cm} de fil de fer et 80^{cm} de fil de cuivre); afin de permettre de les substituer les uns aux autres dans un même circuit, leurs résistances ont été éga-

lisées avec soin à $\frac{1}{500}$ près. Chacun des fils de fer ou de cuivre est terminé par une tige de gros diamètre, respectivement de même métal, plongeant dans un des godets à mercure du commutateur multiple M (*fig.* 23). Les mêmes

Fig. 23.



fils de fer servent pour les couples fer-constantan. Les trois fils (fer, cuivre et constantan), pour chacun des trous de sonde T_1 et T_3, ont une soudure commune, et sont recouverts d'une couche de soie qui les réunit en faisceau sur toute la longueur du trou de sonde. Cette soie protège aussi la soudure, qui ne doit avoir aucun contact électrique avec le bloc de fonte [1].

---

[1] Ce dispositif, avec des trous de sonde aussi profonds, a été reconnu comme très suffisant dans toutes les mesures de conductibilité thermique où le métal même du bloc n'était pas dans le circuit, et cela

Le constantan ayant une résistivité énorme (25 fois celle du cuivre), on a dû réduire la longueur des fils au strict nécessaire, afin de ne pas perdre, en augmentant la résistance dans un rapport considérable, tout l'avantage que donne la force électromotrice du couple fer-constantan cinq fois plus grande environ à 100° que celle du couple fer-cuivre. Le dispositif adopté a été le suivant : les deux fils de constantan, aussi courts que possible, isolés sur toute leur longueur, sauf à leur extrémité libre, sont à volonté réunis électriquement ou isolés à l'aide d'un contact à mercure C (*fig.* 23), dont le niveau est soulevé ou abaissé, dans deux positions invariables, par un système de vases communiquants. Dans ces conditions, la sensibilité était 3,5 fois plus grande qu'avec les couples fer-cuivre.

3. *Commutateur.* — Le commutateur multiple est établi de façon qu'on puisse mettre à volonté, dans le circuit du galvanomètre, par la simple manœuvre d'une plaque d'ébonite E, portant trois ponts en cuivre : 1° soit les deux couples fer-cuivre donnant $T_0 - T_1$; 2° soit les deux couples fer-cuivre donnant $T_1 - T_3$; 3° soit enfin les deux couples fer-constantan donnant $T_1 - T_3$ avec le maximum de sensibilité.

La *fig.* 23 indique comment sont disposées les communications, tous les conducteurs étant supposés ramenés dans un même plan.

Les godets à mercure sont formés par des tubes de verre peu épais et profonds, qui plongent dans un bain d'eau destiné à assurer l'uniformité de leur température. L'ensemble du commutateur est enfermé dans une boîte de carton à double paroi remplie d'ouate. Malgré l'extrême sensibilité des mesures, on a vérifié l'efficacité complète de ces dispositifs pour éviter toute force élec-

---

même dans un état rapidement variable, donc à plus forte raison ici.
L. LORENZ, *Wied. Ann.*, t. XIII, p. 422 et 582 ; 1881. — KIRCHHOFF et HANSEMANN, *Wied. Ann.*, t. XIII, p. 406 ; 1881.

tromotrice parasite par échauffement inégal du mercure des godets.

4. *Galvanomètre. Graduation.* — Le galvanomètre, très sensible, a été construit pour ces recherches par la maison J. Carpentier. Il est du type des galvanomètres Deprez-d'Arsonval à miroir de ce constructeur. Sa résistance est voisine de 1 ohm. Les déviations sont lues à $0^{mm},1$ près sur une échelle placée à 100^{cm}, par la méthode de Poggendorff.

Quand on suit le refroidissement lent du bloc emmailloté, le couple T_0 étant maintenu à 100°, la différence $T_0 - T_1$ doit être mesurée dans une étendue considérable de variations : il faut augmenter la résistance du circuit pour conserver des déviations observables dans les limites de l'échelle; on ajoute successivement 1 et 2 ohms à la résistance initiale ($1^{\omega},56$), à l'aide de la boîte de résistances R.

L'emploi de déviations angulaires considérables, qui ne restent pas proportionnelles à l'intensité du courant, par suite du défaut d'uniformité du champ magnétique, et la variation de pouvoir thermo-électrique du couple fer-cuivre avec la température, ont nécessité une graduation empirique complète du galvanomètre. Cette graduation a été effectuée à deux reprises différentes, à plusieurs mois d'intervalle, avant et après la série des mesures thermo-électriques, et les valeurs absolues ont concordé à $\frac{1}{300}$ près. Elle a été faite séparément pour les trois circuits employés, de résistances respectives $1^{\omega},56$, $2^{\omega},56$ et $3^{\omega},56$.

L'un des couples est maintenu à 100°, dans l'appareil Regnault, et l'autre dans un bain d'eau chaude, régulièrement agitée, se refroidissant avec une extrême lenteur (de 100° à 60° en quatre heures). Les lectures sont faites simultanément à l'échelle du galvanomètre et à un thermomètre à mercure calibré, de grande précision, visé à l'aide d'un cathétomètre.

Il faut remarquer, d'ailleurs, que, de 100° à 80°, les déviations observées sont rigoureusement représentées, avec un accord parfait, par la formule déduite des données numériques de Tait :

$$\text{Fer-cuivre } \frac{\partial E}{\partial T} = 15{,}81 - 0{,}0576\,T;$$

en adoptant pour la déviation le facteur de proportionnalité empirique 0,7101, cette formule donne, D étant la déviation sur l'échelle en millimètres,

$$\frac{\partial D}{\partial T} = 7{,}137 + 0{,}0409\,(100° - T).$$

Pour T = 100°, la déviation est de $7^d,14$ pour 1°.

Pour T = 80°, elle est de $7^d,95$ pour 1°.

On voit que ces variations ne sont pas négligeables quand l'intervalle des températures est considérable.

5. *Comparaison de la sensibilité des deux circuits.* — Il n'a pas été fait de graduation empirique du couple fer-constantan, utilisé seulement pour de faibles déviations (la différence $T_1 - T_3$ n'a pas dépassé 1°,5). On s'est borné à comparer directement à 100° les indications des couples fer-cuivre et celles des couples fer-constantan pour une même différence $T_1 - T_3$, en régime rigoureusement permanent. Comme le pouvoir thermo-électrique du couple fer-constantan varie très peu entre 50° et 100°, on a admis un facteur de proportionnalité unique pour le calcul des différences $T_1 - T_3$ déduites des déviations observées. Pour une différence de 1°, la déviation était de 25 divisions sur l'échelle, ce qui donnait le $\frac{1}{250}$ de degré comme sensibilité.

6. *Mesures pendant le régime permanent et pendant le refroidissement très lent.* — Pour chaque épaisseur de la nappe liquide, mesurée à 100° à l'aide du levier à réticule décrit, on a suivi le refroidissement lent du bloc, en photographiant, à intervalles égaux, de dix en dix mi-

nutes par exemple, le réseau polygonal cellulaire mis en évidence par la quatrième méthode optique. L'instant où l'on supprime le courant de vapeur dans l'étuve est l'origine des époques indiquées dans la deuxième colonne des tableaux numériques. Auparavant, pendant le passage de la vapeur en excès dans l'étuve, un ou deux clichés ont été pris dans l'état permanent, vérifié par la constance rigoureuse des déviations $T_0 - T_1$ et $T_1 - T_3$. Ils correspondent au flux de chaleur maximum au voisinage immédiat de 100°. Quelques minutes après la suppression du courant de vapeur, les dernières portions de vapeur de l'étuve sont condensées, le bloc constitue désormais la seule source de chaleur; la température et le flux vont décroître avec une extrême lenteur et une régularité parfaite : à chaque instant, les dimensions stables des cellules seront identiques à celles que donneraient les mêmes conditions, en régime rigoureusement permanent.

C'est là le grand avantage de ce procédé : grâce à la protection des parties latérales et inférieures, la quantité de chaleur emmagasinée par le bloc demandera un laps de temps considérable pour s'écouler par convection à travers la nappe liquide, et c'est grâce à la parfaite régularité de ce refroidissement lent que l'on a pu approcher le plus des conditions constantes et uniformes exigées pour obtenir des réseaux cellulaires parfaitement réguliers et en réaliser effectivement qui soient composés uniquement d'hexagones égaux alignés d'un bout à l'autre du champ, tels que celui que reproduit la *fig.* 21.

La variation continue importe peu, pourvu que les oscillations accidentelles soient extrêmement faibles, ce qui est le cas. La vitesse de refroidissement est de 0°,0067 environ par seconde au voisinage de 100°, de 0°,0012 environ par seconde au voisinage de 50°. Toute étuve à température constante donnerait des écarts accidentels beaucoup plus grands.

7. *Uniformité du flux de chaleur vertical. Distribution des isothermes dans le bloc.* — Dans le régime permanent à 100°, si les déperditions latérales sont négligeables, les isothermes sont des plans horizontaux et la chute de température est linéaire sur l'axe du bloc. On peut, dans ce cas, regarder les valeurs du flux vertical comme proportionnelles aux différences $T_1 - T_3$.

La vérification, effectuée avec les trois couples fer-cuivre identiques, a été très satisfaisante : on a trouvé, à $\pm\frac{1}{10}$ près,

$$T_2 - T_3 = T_1 - T_2.$$

D'autre part, pendant le refroidissement lent du bloc, si ce dernier était parfaitement isolé, au point de vue thermique, par sa face inférieure et ses parois latérales, on devrait avoir, à chaque instant, sur l'axe, une distribution parabolique ([1]) des températures et, en particulier, aux distances choisies pour les trous de sonde, on aurait la relation

$$T_2 - T_3 = 2(T_1 - T_2);$$

or, en fait, l'expérience montre que la chute de température reste très sensiblement linéaire; la différence $T_2 - T_3$ est cependant un peu supérieure à $T_1 - T_2$, d'à peu près $\frac{1}{10}$: cet écart avec la distribution parabolique tient à ce que quelques lignes de flux se perdent sur les côtés du cylindre et surtout dans la couronne supérieure formant

([1]) Dans l'équation différentielle

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{CD}{K}\frac{\partial T}{\partial t},$$

on peut, en première approximation, regarder la vitesse de refroidissement comme une constante v. L'intégrale est alors, en tenant compte de ce que le flux est nul à travers la face inférieure du mur, dont T_f désigne la température,

$$T = T_f - \left(\frac{CDv}{2K}\right)x^2.$$

les parois latérales de la cuve (¹). Comme, pendant tout le refroidissement, le rapport $\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2}$ s'est maintenu à peu près constant, on a complètement négligé toute correction et admis la distribution linéaire; puisque, dans tous les cas, le flux utilisé reste proportionnel à $T_1 - T_3$, le facteur exact importe peu.

La température T_4 de la face supérieure du mur a été aussi calculée, d'après $T_1 - T_3$, dans la même hypothèse de la distribution linéaire; les corrections correspondantes, sur les valeurs absolues des températures du liquide, seraient absolument insignifiantes, de l'ordre de quelques centièmes de degré, et ne changeraient rien aux résultats qui suivront.

8. *Ordre des opérations.* — Pendant le refroidissement, les lectures du galvanomètre étaient faites à des intervalles réguliers, encadrant l'époque de chaque photographie.

Les valeurs de $T_0 - T_1$ et de $T_1 - T_3$, pour chaque cliché, résultent donc d'une interpolation, mais la marche des déviations est si régulière que ce procédé ne laisse aucune incertitude.

(¹) Les pertes de chaleur par la couronne inférieure vissée sur l'étuve sont négligeables, grâce à l'emmaillotement complet de toutes les parties métalliques de l'étuve. On a même soin, pendant le refroidissement, de n'y laisser rentrer que de l'air chaud. Mais la couronne supérieure rayonne librement par sa tranche et par sa paroi interne, et la perte qui en résulte est considérable : en comparant la quantité totale de chaleur perdue par seconde, déduite de la vitesse de refroidissement et de la valeur connue de la capacité calorifique du bloc de fonte, à la valeur du flux vertical déduit des mesures de températures sur l'axe, on trouve que les $\frac{2}{3}$ seulement environ de la chaleur perdue passent à travers le liquide; le reste est rayonné par la couronne supérieure : les surfaces isothermes sont donc très incurvées au voisinage de cette couronne, mais on n'utilise qu'une surface centrale très limitée, celle du miroir d'acier, et l'uniformité très approchée du flux central subsiste certainement bien au delà de cette surface.

La manœuvre du commutateur étant très rapide et le galvanomètre apériodique, on laissait seulement une minute entre chaque lecture : les clichés désignés par les indices 1, 2, 3, ..., n étant pris aux minutes 10, ..., $10n$, les lectures de $T_0 - T_1$ (fer-cuivre) étaient faites aux minutes $10n - 1$ et $10n + 1$, les lectures de $T_1 - T_3$ (fer-constantan) aux minutes $10n - 2$ et $10n + 2$, enfin le zéro [1] du galvanomètre était lu aux minutes $10n - 3$ ou $10n + 3$, tantôt en circuit fermé, à l'aide du pont P aux bornes du galvanomètre, construit avec des godets à mercure plongeant dans un bain d'eau, tantôt en circuit ouvert, après avoir amorti les oscillations par la fermeture momentanée du pont [2].

On pouvait toujours de temps en temps, à l'aide de la lunette horizontale N (*fig.* 16), reconnaître l'état du réseau polygonal. On arrêtait la série quand toute ligne focale avait disparu, la surface étant devenue plane. Seules les séries A et B ont été arrêtées plus tôt, l'une vers 66°, l'autre vers 57°. La série C, effectuée avec une épaisseur identique, a été poussée jusqu'à la planéité (50°) précédant de quelques minutes la solidification (48°). Cette série est la seule pour laquelle les parties inférieures de l'étuve, robinets, tubulures, etc., n'aient pas été emmaillotées; le bloc et l'étuve l'étaient seuls. Cette simple différence suffit

---

(1) En laissant le circuit toujours ouvert en dehors des mesures, le déplacement du zéro était très faible et très régulier, de l'ordre de $0^{mm},1$ entre deux clichés successifs. Il était dû à la torsion du fil qui amène le courant dans le cadre et à la variation du coefficient de torsion par suite de l'effet Joule, et non à des couples thermo-électriques parasites, car on l'observait aussi bien en circuit ouvert.

(2) Les intervalles de 4 minutes qui restaient libres étaient employés à décharger et à recharger le châssis photographique. La salle avait été disposée en chambre noire. Le réticule de l'échelle Carpentier, les différentes échelles, le réticule du levier, le chronomètre, etc., étaient éclairés par des lampes à incandescence dont les interrupteurs étaient à portée de la main. De cette façon, toutes les opérations pouvaient être faites par un seul observateur.

à donner un refroidissement deux ou trois fois plus rapide, ce qui justifie l'efficacité des protections employées dans toutes les autres séries.

9. *Dispositif pour varier le flux de chaleur. Influence du flux de chaleur sur les dimensions des cellules.* — Un dispositif spécial a été institué dans le but de produire à travers le cylindre de fonte un flux de chaleur vertical, dirigé de bas en haut, qui soit différent, à température égale, de celui qui se trouve réalisé pendant le refroidissement lent du bloc. Pour cela, un serpentin conique réchauffeur, représenté seulement sur la *fig.* 16, a été logé entre les deux cônes métalliques de l'étuve. Après que le bloc et l'étuve ont été portés à 100° par la circulation ordinaire de vapeur, on emplit complètement l'étuve d'eau chaude à 90° ou 95°, privée d'air par une ébullition préalable. Pour cela, on se sert d'une chaudière à robinet, formant avec l'étuve un système de vases communiquants. Un petit trou de dégagement, ménagé obliquement à hauteur du plan inférieur du cylindre de fonte, et une tubulure coudée en verre formant indicateur de niveau, assurent un remplissage complet, sans matelas d'air interposé entre l'eau et le bloc de fonte. Un courant de vapeur passant dans le serpentin réchauffe lentement l'eau et les parois métalliques de l'étuve. On le règle de façon à réaliser un flux vertical uniquement ascendant, en régime permanent, autant que possible. Les deux clichés G_1, G_2 ($e = 0^{mm},770$) ont été obtenus ainsi dans deux périodes de réchauffement très lent ($T_0 - T_1$ presque constant). Le flux mesuré est sensiblement plus élevé (1,5 fois) que celui obtenu dans la série F, pour la même épaisseur, et les mêmes températures, pendant le refroidissement spontané : les résultats des mesures de dimensions placent les deux points correspondants presque exactement sur la courbe F (voir *fig.* 27).

L'influence du flux sur les dimensions stables des poly-

gones cellulaires serait donc négligeable, à température identique du liquide; mais l'incertitude qui subsiste sur les valeurs exactes des flux nécessite quelques réserves, relativement à cette conclusion.

Il faut citer ici l'accord très satisfaisant des mesures effectuées en régime permanent à 100°, en employant l'appareil à bloc de fonte épais, traversé par le flux maximum qu'il comporte, avec celles précédemment décrites obtenues par les dépôts pulvérulents à l'aide de l'appareil à plateau où la cuve n'était séparée de l'étuve que par une paroi métallique de $0^{cm},5$. Pour ne pas surcharger la *fig.* 28, on n'y a pas représenté ces valeurs de $\frac{e}{\lambda}$ déduites des mesures de la première Partie. La concordance est très bonne, et les écarts trouvés correspondraient à des erreurs de quelques μ sur les épaisseurs, à peine supérieures, par conséquent, à l'erreur probable de ces mesures.

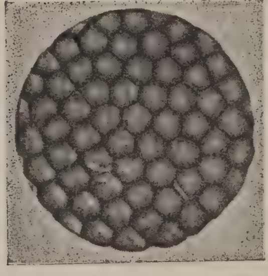
10. *Dépouillement des clichés.* — Le dispositif optique pour la production et la photographie du réseau polygonal lumineux a été complètement décrit : il n'y a pas à y revenir. Tous les clichés de mesures ont été obtenus sans changer la mise au point : ils sont donc exactement à la même échelle. Il est d'ailleurs inutile de mesurer le grossissement, puisque le champ est limité par le contour circulaire du miroir d'acier dont on connaît exactement le diamètre. Comme les courbures superficielles sont de moins en moins prononcées à mesure que le liquide se refroidit, le réseau polygonal devient de plus en plus flou, mais même quand la surface est tout près de devenir plane, le dessin des contours est encore suffisamment net.

Le dénombrement des cellules s'effectue en projection, en les pointant sur des écrans de papier blanc. On compte d'abord, deux fois, les cellules entières, puis on dessine les fragments de cellules coupées par le cercle qui limite le champ, enfin on évalue leurs surfaces en dixièmes, en

cherchant, autant que possible, les morceaux complémentaires; on efface à mesure les morceaux utilisés. Ce pro-

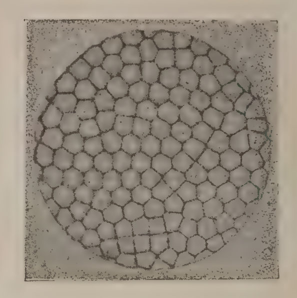
Fig. 24 et 25.

Grandeur naturelle. Cliché A.-3.



Temp. 88°,42. $e = 1^{mm},000$.

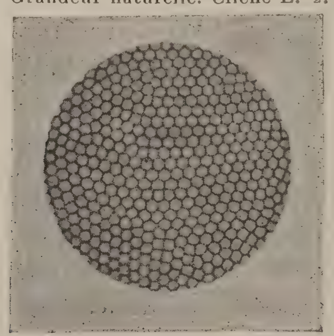
Grandeur naturelle. Cliché F.-2.



Temp. 88°,42. $e = 0^{mm},755$.

cédé, un peu primitif, peut sembler long et fastidieux, surtout quand il s'agit de dépouiller plus de 80 clichés contenant chacun de 60 à 360 cellules, mais il offre une

Fig. 26.
Grandeur naturelle. Cliché E.-2.



Temp. 89°,34. — $e = 0^{mm},495$.

sécurité absolue et a paru encore préférable comme précision à toutes les méthodes mécaniques de quadrature, ou de pesée de surfaces découpées.

Les *fig.* 24, 25 et 26 reproduisent (en négatif) trois de ces clichés, ramenés à la grandeur naturelle.

11. *Variations de l'épaisseur.* — L'épaisseur de la nappe liquide, pour chaque série, est mesurée à l'aide du levier amplificateur, au voisinage immédiat de 100°; le procédé décrit ne peut être employé avec sécurité que si tout l'appareil a atteint son régime permanent, de façon que le niveau de la cuve ne varie rigoureusement pas dans l'intervalle des deux mesures, effectuées avec et sans liquide. Pendant le refroidissement lent, l'épaisseur varie par suite de la contraction du liquide, de celle de la cuve, et de la variation de la tension superficielle du liquide, d'où résulte une variation du volume du ménisque capillaire soulevé le long des bords de la cuve qu'il mouille. La première et la dernière de ces trois corrections sont importantes, mais chacune d'elles peut être déterminée avec précision. Dans ce but, on a étudié directement, dans l'intervalle 50-100°, par les méthodes habituelles les plus précises, d'une part la dilatation du spermaceti et, d'autre part, la variation de sa tension superficielle [1]. Ces déterminations accessoires ont conduit à représenter très exactement par les formules linéaires suivantes la densité D du spermaceti employé, de 50° à 100°, et la hauteur d'ascension $\frac{2F}{Dg}$, dans un tube de 1^{cm} de rayon, F étant la tension superficielle en C.G.S.

$$D = 0,806 \quad [1 + 0,000771(100 - T)],$$
$$\frac{2F}{Dg} = 0^{cm},0638[1 + 0,002195(100 - T)].$$

Enfin le coefficient de dilatation de la fonte donne pour

(1) Cette dernière détermination a été effectuée en mesurant la hauteur d'ascension dans un tube capillaire parfaitement cylindrique, à section bien circulaire, de $0^{cm},009835$ (à 22°) de rayon, qui avait été longuement étudié par moi dans une série de mesures de frottement interne effectuées par la méthode de Poiseuille. De même, le thermomètre à gros réservoir employé pour l'étude de la dilatation du spermaceti avait eu ses éléments mesurés avec une très grande précision à l'occasion de recherches sur la dilatation des dissolutions de saccharose.

le rayon R de la cuve cylindrique :

$$R = 7^{cm},225[1 - 0,000012(100 - T)].$$

Or, à une température quelconque, si M désigne la masse totale du liquide supposée constante, on a

$$2\pi R \frac{F}{g} + \pi R^2 e D = M.$$

On trouve, en faisant les substitutions numériques,

$$e_T = e_{100^\circ}[1 - 0,000747(100 - T)] - 0,00002608(100 - T).$$

Les valeurs de e inscrites dans les Tableaux numériques des pages suivantes ont été calculées de la sorte pour la température du liquide correspondant à chaque cliché.

Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que l'allure des résultats est bien peu modifiée si l'on néglige toute correction et si l'on prend pour valeur de l'épaisseur e à toute température celle qui a été mesurée à 100°. Les courbes sont seulement un peu déformées.

12. *Résultats numériques.* — Les Tableaux ci-après reproduisent les résultats numériques. Les valeurs de T_1 et de $T_1 - T_3$ sont directement déduites des lectures au galvanomètre, en supposant la température T_0 du couple plongé dans la vapeur égale à 100° exactement. Il a paru inutile de compliquer ces mesures, déjà très chargées, en s'astreignant à des lectures de pression barométrique. Des écarts de quelques dixièmes de degré entre les différentes séries, ou même dans l'intervalle de temps que dure chaque série, auraient bien peu d'importance, puisque la correction serait la même sur T_1, T_3, T_4 que sur T_0.

La colonne donnant la température T_4 du fond de la cuve est calculée d'après les deux précédentes, en supposant la variation de température linéaire sur l'axe du bloc. On a vu que, sauf pour la série C, cette hypothèse est justifiée, à très peu près, par les mesures de température

en trois points équidistants sur l'axe. D'autre part, la couche de liquide adhérente à la paroi du fond ne peut avoir une température différente de T_4 : c'est la température maximum du liquide. Enfin, l'observation des franges (5e méthode optique) montre que la température moyenne du liquide ne peut, en aucun cas, en différer notablement; des écarts de l'ordre de 1° sont à peine admissibles. Donc, à défaut de procédé thermométrique direct, T_4 est un peu plus grand que la température moyenne du liquide, mais en est très voisin.

La colonne N indique le nombre de cellules comptées dans le cliché, c'est-à-dire occupant la surface d'un cercle de $3^{cm},212$ de diamètre. De ce nombre on déduit la surface moyenne S d'une cellule et par suite la distance moyenne λ de deux centres d'ascension contigus, en supposant le réseau composé uniquement d'hexagones réguliers. Dans la colonne suivante se trouvent les valeurs exactes de l'épaisseur e, calculées comme il a été dit. La dernière colonne donne la valeur du rapport $\frac{e}{\lambda}$ des dimensions, calculé d'après ces valeurs de N et de e.

RÉSULTATS NUMÉRIQUES.

Série A. — $e = 1^{mm},000$.

Numéro du cliché.	Époque.	T_1.	$T_1 - T_3$.	T_4.	N.	e.	$\frac{e}{\lambda}$.
	h m	°	°	°		mm	
A_0....	État perm.	99,09	1,35	97,40	63,6	1,000	0,260
A_0 *bis*.	État perm.	99,07	1,32	97,42	65,3	1,000	0,263
A_1....	10	96,45	0,50	95,83	64,8	0,998	0,262
A_2....	20	92,59	0,45	92,03	60,7	0,995	0,253
A_3....	30	88,84	0,42	88,42	61,1	0,991	0,253
A_4....	40	85,35	0,40	84,85	61,0	0,988	0,252
A_5....	50	82,18	0,37	82,72	65,0	0,985	0,258
A_6....	1	79,30	0,35	78,86	68,0	0,982	0,264
A_7....	1.10	76,52	0,33	76,11	73,1	0,979	0,272
A_8....	1.20	74,06	0,32	73,66	76,8	0,976	0,278
A_9....	1.30	71,90	0,30	71,52	81,6	0,974	0,286
A_{10}...	1.40	69,75	0,29	69,39	83,0	0,972	0,289
A_{11}...	1.50	67,80	0,27	67,46	84,9	0,970	0,291
A_{12}...	2	65,93	0,25	65,62	88,2	0,968	0,296

Série B. — $e = 1^{mm},000$.

Numéro du cliché.	Époque.	T_1.	$T_1 - T_3$.	T_4.	N.	e.	$\frac{e}{\lambda}$.
	h m	°	°	°		mm	
B_0....	État perm.	99,09	1,34	97,42	66,7	1,000	0,266
B_0 *bis*.	État perm.	99,10	1,34	97,43	64,6	1,000	0,262
B_1....	10	96,22	0,52	95,57	66,7	0,998	0,266
B_2....	20	92,40	0,48	91,80	65,4	0,994	0,262
B_3....	30	88,70	0,45	88,14	66,7	0,991	0,264
B_4....	40	85,28	0,43	84,74	65,3	0,987	0,260
B_5....	50	82,20	0,40	81,70	67,1	0,984	0,263
B_6....	1	79,35	0,38	78,97	68,7	0,981	0,265
B_7....	1.10	76,85	0,36	76,49	71,8	0,979	0,270
B_8....	1.20	74,95	0,34	74,61	76,2	0,977	0,278
B_9....	1.30	73,08	0,32	72,76	78,8	0,975	0,283
B_{10}...	1.40	71,25	0,31	70,94	83,2	0,973	0,289
B_{11}...	1.50	69,40	0,30	69,10	87,3	0,972	0,296
B_{12}...	2	67,40	0,29	67,11	88,1	0,970	0,297
B_{13}...	2.10	65,85	0,28	65,57	89,5	0,968	0,298
B_{14}...	2.20	64,05	0,27	63,78	89,8	0,966	0,299
B_{15}...	2.30	62,65	0,26	62,39	90,3	0,965	0,299
B_{16}...	2.40	61,45	0,26	61,19	89,5	0,964	0,297
B_{17}...	2.50	60,65	0,25	60,40	88,5	0,963	0,296
B_{18}...	3	59,33	0,25	59,08	90,2	0,962	0,298
B_{19}...	3.10	58,35	0,24	58,11	89,3	0,961	0,296
B_{20}...	3.20	57,55	0,24	57,31	89,0	0,960	0,295

Série C. — $e = 1^{mm},000$.

Refroidissement plus rapide.

C_0....	État perm.	99,56	1,52	97,66	66,1	1,000	0,265
C_0 *bis*.	État perm.	99,50	1,51	97,61	61,9	1,000	0,257
C_1....	10	93,97	0,38	93,50	62,5	0,996	0,256
C_2....	20	87,46	0,28	87,11	61,8	0,989	0,254
C_3....	30	81,49	0,22	81,12	63,8	0,983	0,256
C_4....	40	76,50	0,20	76,25	71,4	0,979	0,269
C_5....	50	72,00	0,16	71,80	81,1	0,974	0,286
C_6....	1	68,00	0,15	67,81	86,9	0,970	0,295
C_7....	1.10	63,87	0,13	63,81	60,2	0,966	0,2992
C_8....	1.20	60,72	0,11	60,58	90,0	0,963	0,2978
C_9....	1.30	57,80	0,10	57,67	90,0	0,960	0,2970
C_{10}...	1.40	55,10	0,09	54,99	85,5	0,957	0,288
C_{11}...	1.50	52,60	0,08	52,50	81,9	0,954	0,282
C_{12}...	2	50,45	0,07	50,36	Surface plane		
	2. 8	Solidification à 48,00					

Série F. — $e = 0^{mm},755$.

Numéro du cliché.	Époque.	T_1.	$T_1 - T_3$.	T_4.	N.	*e*.	$\frac{e}{\lambda}$.
	h m	°	°	°		mm	
F_0....	État perm.	98,98	1,28	97,38	122,6	0,755	0,273
F_0 *bis*.	État perm.	98,97	1,25	97,41	121,3	0,755	0,272
F_1....	15	95,50	0,44	94,95	128,4	0,753	0,279
F_2....	30	88,90	0,38	88,42	131,6	0,748	0,280
F_3....	45	82,95	0,34	82,52	140,0	0,743	0,287
F_4....	1	77,25	0,32	76,85	147,0	0,738	0,2925
F_5....	1.15	72,30	0,29	71,94	155,0	0,734	0,2990
F_6....	1.30	67,70	0,26	67,37	156,8	0,730	0,2992
F_7....	1.45	63,50	0,23	63,21	157,0	0,727	0,2980
F_8....	2	60,10	0,21	59,84	152,1	0,724	0,293
F_9....	2.15	56,85	0,19	56,59	145,2	0,722	0,285
F_{10}...	2.30	53,70	0,17	53,49	137,7	0,719	0,276
F_{11}...	2.45	50,90	0,16	50,70	Surface plane		

Série G. — $e = 0^{mm},770$. (*Spéciale pour le flux de chaleur.*)

(Vapeur dans le serpentin, eau chaude dans l'étuve.)

G_1....		94,15	1,00	92,90	120,8	0,766	0,275
G_2....		91,70	1,18	90,23	126,7	0,764	0,280

Série H. — $e = 0^{mm},640$.

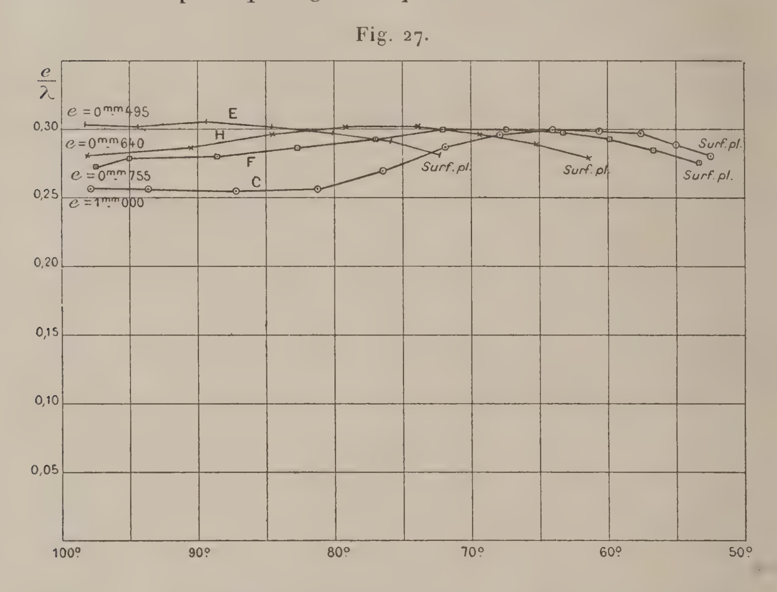
H_0....	État perm.	99,20	1,25	97,64	{ ? Cliché perdu }	0,640	?
H_1....	20	90,85	0,38	90,38	194,2	0,633	0,2853
H_2....	35	84,85	0,33	84,44	212,0	0,628	0,2960
H_3....	50	79,40	0,29	79,04	221,0	0,626	0,3005
H_4....	1. 5	74,15	0,24	73,85	225,0	0,621	0,3011
H_5....	1.20	69,67	0,22	69,39	218,9	0,618	0,2956
H_6....	1.35	65,50	0,21	65,24	212,0	0,614	0,2893
H_7....	1.50	61,60	0,19	61,36	199,0	0,611	0,2790

Série E. — $e = 0^{mm},495$.

E_0....	État perm.	99,25	0,94	98,08	351,5	0,495	0,3026
E_0 *bis*.	État perm.	99,25	0,90	98,12	351,8	0,495	0,3028
E_1....	15	94,73	0,35	94,29	353,0	0,493	0,3018
E_2....	30	89,74	0,32	89,34	366,8	0,489	0,3058
E_3....	45	84,86	0,26	84,53	365,0	0,487	0,3032
E_4....	1	80,40	0,24	80,01	356,0	0,484	0,2974
E_5....	1.15	76,12	0,22	75,84	348,0	0,481	0,2910
E_6....	1.30	72,43	0,20	72,18	342,2	0,479	0,2812
E_7....	1.45	69,25	0,19	69,01	Surface plane		

13. *Énoncé des lois relatives aux dimensions transversales. Influences de la température et de l'épaisseur.* — Les courbes de la *fig.* 27, où l'on a porté en ordonnées les valeurs du rapport $\frac{e}{\lambda}$ et en abscisses les températures T_4, coordonnent tous les résultats numériques. La *fig.* 28 reproduit les mêmes courbes, mais avec une échelle cinq fois plus grande pour les ordonnées.

Fig. 27.



1° A une même température, la surface du polygone cellulaire ne peut être regardée comme proportionnelle au carré de l'épaisseur que dans une première et assez grossière approximation : par exemple à 100°, le rapport $\frac{e}{\lambda}$ décroît de 0,303 à 0,260 quand l'épaisseur croît de $0^{mm},5$ à 1^{mm}.

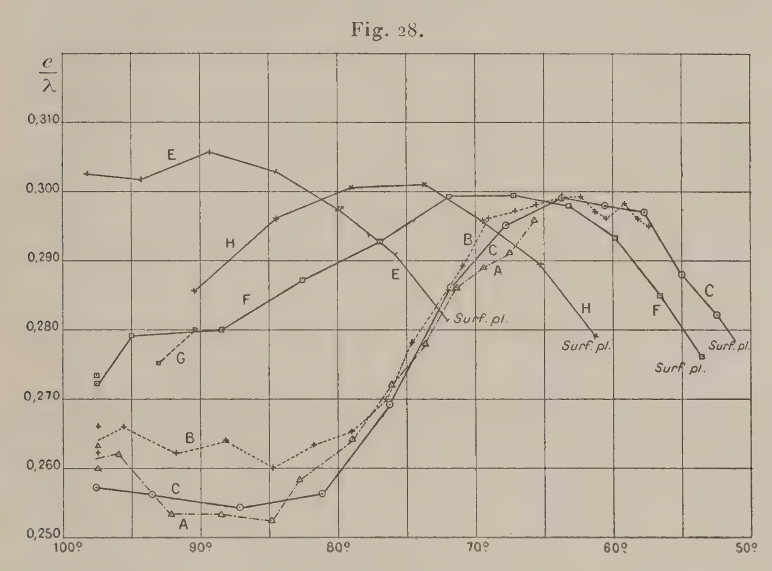
2° Pendant le refroidissement de 100° à 50°, le rapport $\frac{e}{\lambda}$, qui va d'abord en croissant, passe par un maximum, puis décroît de plus en plus vite, jusqu'à la température

où le procédé optique cesse de révéler le réseau polygonal, toute courbure superficielle disparaissant.

3° La température où a lieu ce maximum de $\frac{e}{\lambda}$, c'est-à-dire où le polygone cellulaire stable a la surface minimum, décroît quand l'épaisseur augmente : elle passe de 90° à 64°, quand l'épaisseur croît de $0^{mm},5$ à 1^{mm}.

4° La valeur de ce maximum de $\frac{e}{\lambda}$ diffère très peu pour les différentes épaisseurs; cependant le sens de la variation

Fig. 28.



est très net : le maximum décroît de 0,306 à 0,299, quand l'épaisseur croît de $0^{mm},5$ à 1^{mm}, et tous ces maxima se placent très bien sur une même droite, très peu inclinée sur l'axe des températures [1], mais la variation n'atteint que $\frac{1}{50}$ quand l'épaisseur varie du simple au double.

[1] En négligeant les corrections de e, résultant de ce que la densité et la tension superficielles varient, il se trouve que tous ces maxima de $\frac{e}{\lambda}$ deviennent rigoureusement égaux à $\frac{1}{500}$ près. C'est sous cette forme que les résultats ont d'abord été publiés (*Revue des Sciences, loc. cit.*)

5° D'une façon générale, les variations relatives des dimensions des cellules avec la température sont d'autant plus considérables que la nappe liquide est plus épaisse.

6° La surface libre devient plane beaucoup plus tôt aux faibles épaisseurs qu'aux grandes; d'une part, sous l'épaisseur de $0^{mm},5$, toute courbure appréciable a disparu à 70° (deux heures avant la solidification); d'autre part, sous l'épaisseur de 1^{mm}, le relief superficiel est encore visible à 52° (quelques minutes avant la solidification).

7° Quand toute courbure appréciable disparaît, bien que ce soit là une époque évidemment mal déterminée, la valeur du rapport $\frac{e}{\lambda}$ est sensiblement la même, 0,280, pour toutes les épaisseurs observées. Il est d'ailleurs remarquable qu'au moment où se produit cette disparition des courbures, les variations de $\frac{e}{\lambda}$ en fonction de T ont une marche tout à fait parallèle pour les différentes épaisseurs.

Enfin, relativement à la durée de la période d'état variable, il est bon d'observer que le régime hexagonal limite parfaitement régulier s'obtient bien plus facilement aux petites épaisseurs qu'aux grandes. A cet égard, la différence est énorme entre $0^{mm},5$ et 1^{mm} : les réseaux polygonaux de la série E ($e = 0^{mm},5$) ne contiennent guère, même dans l'état permanent à 100°, que des hexagones réguliers; ceux des séries A, B et C ($e = 1^{mm}$) n'en contiennent presque pas au début; cependant, dans les deux cas, les conditions expérimentales et l'ordre de grandeur des perturbations accidentelles sont identiques.

Cette irrégularité initiale des cellules explique comment les séries A, B, C présentent, de 100° à 80°, des écarts notables et que les différents points d'une même courbe offrent des écarts accidentels : d'une part, le régime permanent étant loin d'être établi, la définition de la surface moyenne des cellules et par suite de λ est mauvaise, et, d'autre part, les cellules étant très peu régulières, l'éva-

luation des fractions est peu sûre, d'où une erreur relative sur N et sur λ beaucoup plus grande. A partir de 80°, les réseaux étant devenus très réguliers, les trois courbes A, B, C coïncident beaucoup mieux.

Si l'on passe à l'épaisseur de $0^{mm},5$, les erreurs relatives deviennent au moins dix fois plus faibles : d'abord les réseaux sont composés de cellules dont les surfaces individuelles sont égales à $\frac{1}{50}$ près (*fig.* 26); de plus, il n'y a aucune incertitude dans le dénombrement des cellules. Deux séries E, absolument indépendantes, donnent des courbes superposées même à l'échelle de la *fig.* 28. Il suffira de citer les clichés E_0, E_0 *bis*, pris à dix minutes d'intervalle pendant l'état permanent et qui contiennent l'un 351,5 et l'autre 351,8 cellules.

La remarque précédente suffit à justifier le choix de l'intervalle d'épaisseurs adopté pour les mesures précises. Au-dessus de 1^{mm}, le régime permanent régulier devient de plus en plus difficile à réaliser dans la pratique : les cellules sont de plus en plus irrégulières. Au-dessous de $0^{mm},5$, il eût été intéressant de poursuivre les observations, la régularité devenant au contraire fantastique : mais il eût fallu un procédé plus précis pour la mesure des épaisseurs, de façon à les déterminer à 1^{μ} près, par exemple. Ce serait une autre étude à faire, avec des lames liquides d'épaisseur microscopique.

CONCLUSIONS.

En résumé, j'ai mis en évidence l'existence d'un régime permanent stable dans le mouvement des liquides en couche mince transportant de la chaleur par convection, et j'en ai déterminé tous les éléments géométriques, cinématiques et dynamiques. C'est le premier exemple d'un problème d'Hydrodynamique des fluides réels complètement résolu, par des méthodes d'observation purement

physiques, sans aucun renseignement préalable, soit expérimental, soit théorique.

Il m'a paru nécessaire de déterminer d'abord les lois physiques de ce mouvement permanent et, en particulier, d'observer avec précision comment varie, avec les divers facteurs du phénomène, la périodicité dans le plan horizontal. J'ai écarté à dessein de ce Mémoire toute tentative de coordination de ces lois à l'aide des équations du mouvement de la chaleur dans les fluides visqueux présentant des différences finies de température. Je me propose de le faire dans un autre travail, et j'espère, en particulier, déterminer exactement le rôle du frottement interne et de la tension superficielle dans les conditions de stabilité de ces tourbillons cellulaires. Je rappellerai d'ailleurs que les équations elles-mêmes n'ont jamais été abordées dans toute leur complexité dans le cas des liquides : pour les gaz seulement, Helmholtz et Kirchhoff ont résolu quelques problèmes d'Acoustique.

J'ai été amené à réaliser des dispositifs assez soignés pour assurer la parfaite uniformité des conditions dans le plan horizontal et, par là même, la régularité du phénomène. Il était au moins inattendu de produire ainsi une distribution périodique identique à celle d'un milieu cristallisé : seulement l'ordre de grandeur des périodicités est 10^6 fois plus grand.

Les lois des dimensions des cellules, résultant de mesures d'une extrême précision, devront être interprétées telles que je les ai trouvées, quelle que soit leur complexité. Mais il est bien évident que l'allure spéciale des résultats peut tenir à la valeur des constantes physiques du liquide particulier employé.

Les relations entre les vitesses et le flux n'offrent pas le même caractère de précision, à cause des difficultés inhérentes aux mesures de trajectoires et de périodes ; mais les résultats relatifs à la distribution des périodes suffisent

déjà à montrer que les filets internes très courts, sur lesquels les échanges thermiques sont très restreints, ne participent que par entraînement de viscosité à la rotation créée sur les filets extérieurs. On peut admettre, en première approximation, que la quantité de chaleur transportée par seconde et cédée à l'atmosphère par la nappe liquide est proportionnelle à la vitesse de renouvellement de la surface libre.

La forme si remarquable de la surface libre m'a conduit à lui appliquer les méthodes optiques générales de l'étude des surfaces. En particulier, je me suis servi de procédés analogues à ceux qu'avait imaginés Foucault pour les miroirs paraboliques, pour étudier les petites déformations d'une surface presque plane, soit par réflexion, soit par réfraction. Les franges d'interférence avaient déjà servi à décrire les courbes de niveau d'une surface liquide en équilibre ; je les ai appliquées, pour la première fois, à déterminer la distribution des isothermes dans une nappe liquide siège de courants permanents.

Enfin, je n'ai pas à insister sur le caractère particulièrement intéressant de la division cellulaire si nette et si régulière ainsi créée pour la première fois par un phénomène physique d'une remarquable simplicité, sous l'action des seules forces moléculaires et de gravitation, dans une nappe liquide homogène ou n'offrant pas d'autre hétérogénéité que des différences de température. Comme cette structure semble due à de simples conditions de stabilité des courants, d'autres forces extérieures probablement seraient capables de la produire. Je crois qu'il est impossible de ne pas se préoccuper des conséquences qu'une telle généralisation comporterait au point de vue des théories biologiques [1]. Il ne semble pas invraisemblable, par exemple,

[1] J'ai indiqué dans la *Revue des Sciences, loc. cit.*, ce qu'il me paraît légitime de rapprocher dans les deux ordres de phénomènes.

après les résultats de ce travail, que des phénomènes de simple diffusion ne puissent suffire à créer une circulation à structure cellulaire ; dans ce cas, des recherches purement physiques, du genre de celle-ci, présenteraient peut-être quelque intérêt aux yeux des savants qui ne désespèrent pas de ramener les phénomènes si complexes de la Vie, aux lois générales de la nature inorganique.

Ce travail a été exécuté au Laboratoire de Physique du Collège de France pendant les années 1899 et 1900. Je suis heureux de remercier M. Mascart de la bienveillance qu'il n'a cessé de me témoigner et de lui adresser l'expression de ma bien vive et respectueuse reconnaissance. M. Violle et M. Brillouin ont d'abord été pour moi, à l'École Normale, des maîtres précieux. M. Brillouin, pendant les deux années où il a été suppléant de M. Mascart au Collège de France, a bien voulu s'intéresser à mon travail au point de le suivre jour par jour. Ses conseils et ses encouragements m'ont constamment guidé. J'associerai son nom, avec une affectueuse gratitude, aux meilleurs souvenirs de cette période où j'ai travaillé sous sa direction.

Vu et approuvé :

Paris, le 21 décembre 1900.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 21 décembre 1900.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

GRÉARD.

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

La multirotation des sucres. Relations avec la constitution chimique.

Vu et approuvé :

Paris, le 21 décembre 1900.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 21 décembre 1900.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

GRÉARD.

29770 Paris. — Imprimerie Gauthier-Villars, 55, quai des Grands Augustins.



